

**Федеральное агентство по образованию**

**АССОЦИАЦИЯ КАФЕДР ФИЗИКИ  
ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ РОССИИ**



**Л.И. Рудакова, Е.Ю. Соколова**

**Практический курс физики**

**ВОЛНОВАЯ ОПТИКА**

**Под редакцией проф. Г.Г. Спирина**

**Москва**

**2006**

ББК 16.4.5

Б43

**Рудакова Л.И., Соколова Е.Ю.**

Б43 Практический курс физики. «Волновая оптика». – М.:  
ОАО «Авиаиздат», 2006.–136с.: ил.

Данное пособие по разделу «Волновая оптика» предназначено для самостоятельной работы студентов в приобретении навыков в решении задач по данным разделам физики.

ISBN 5-7035-2059-2

# І. Интерференция света

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

### Интерференция монохроматических волн.

Если две или несколько волн накладываются друг на друга в некоторой области пространства, то при определенных условиях возникает явление интерференции: в одних точках пространства наблюдается усиление колебаний, в других точках - их ослабление. В случае интерференции световых волн на экране, помещенном в области их наложения, возникает чередование темных и светлых пятен или полос – интерференционная картина. Для наблюдения интерференционной картины необходимо чтобы волны имели одинаковую частоту и одинаковое направление колебаний; амплитуды волн не должны сильно различаться; волны должны быть когерентными. Когерентными называют такие волны, колебания в которых происходят согласованно, так что разность фаз колебаний не изменяется со временем. Пусть от двух точечных источников распространяются две монохроматические волны с одинаковой частотой и одинаковым направлением колебаний. Колебания напряженности электрического поля волны на расстоянии  $r$  от точечного источника происходят по закону:

$$E(r,t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha), \quad (1.1)$$

где  $E(r,t)$  – проекция  $\vec{E}$  на направление колебаний;  $\frac{A_0}{r} = A(r)$  – амплитуда;  $A_0 = \text{const}$  в непоглощающей среде,  $\alpha$  – начальная фаза колебания источника.

На рис. 1.1 для какого-то момента времени показано положение горбов (сплошными линиями) и впадин (пунктирными линиями) этих волн. Под горбами световой волны будем понимать точки, где напряженность поля:  $E=A$ , а под впадинами – такие, где  $E=-A$ . В некоторой точке  $P$  колебания в каждой из волн запишем в виде

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \text{ и } E_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

где  $\varphi_1 = \alpha_1 - kr_1$ ,  $\varphi_2 = \alpha_2 - kr_2$ .

По принципу суперпозиции результирующая напряженность  $E$  в точке  $P$  равна

$$E = E_1 + E_2.$$

Амплитуду результирующей напряженности можно найти методом

векторного сложения колебаний (рис. 1.2)

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (1.2)$$

Переходя к интенсивности, получим

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1.3)$$

Результирующая интенсивность в общем случае не равна сумме интенсивностей складываемых волн, она может быть как больше, так и меньше ее в зависимости от разности фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1)$ .

В точках, для которых

$$(\varphi_2 - \varphi_1) = 2\pi m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1.4)$$

$$A = A_1 + A_2,$$

т.е. колебания усилят друг друга, и будет иметь место максимум интенсивности. На рис. 1.1 такими точками будут, например, точки  $C_1$  и  $C_2$ , где совпадают горбы или впадины обеих волн.

В точках, для которых

$$(\varphi_2 - \varphi_1) = (2m+1)\pi, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1.5)$$

$$A = |A_1 - A_2|$$

- волны ослабят друг друга, будет наблюдаться минимум интенсивности (например, точка  $B$ , в которой горб одной волны приходится на впадину другой).

Запишем разность фаз в виде

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (\alpha_2 - \alpha_1) + \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2). \quad (1.6)$$

Амплитуды и начальные фазы монохроматических волн не зависят от времени. Разность фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  определяется положением точки  $P$  и не зависит от времени; монохроматические волны когерентны.

В области наложения таких волн образуется устойчивое во времени неоднородное распределение интенсивности – интерференционная картина.

Пусть начальные фазы колебаний источников равны  $(\alpha_1 = \alpha_2)$ . Тогда из (1.4) и (1.6) получим условие максимумов интенсивности

$$r_1 - r_2 = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.7)$$

а из (1.5) и (1.6) найдем условие минимумов интенсивности

$$r_1 - r_2 = (2m + 1)\frac{\lambda}{2} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.8)$$

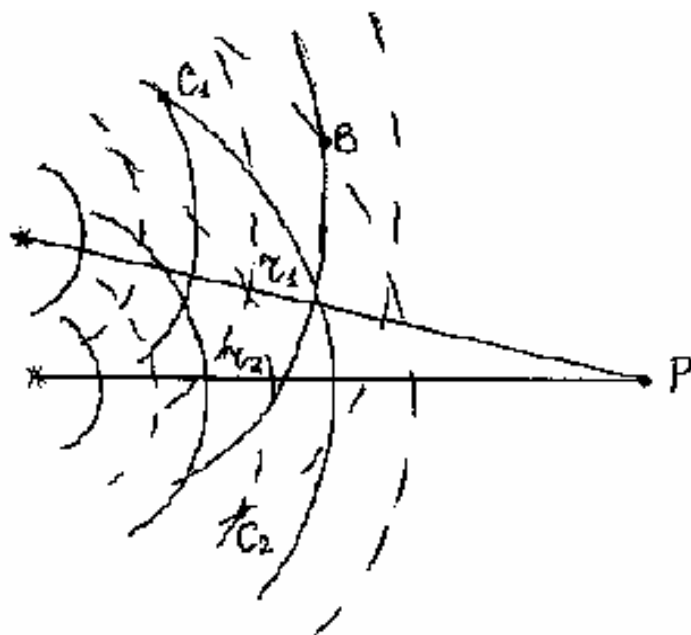


Рис. 1.1

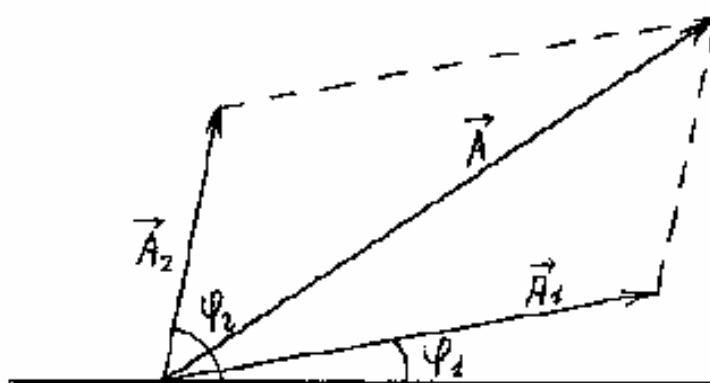


Рис. 1.2

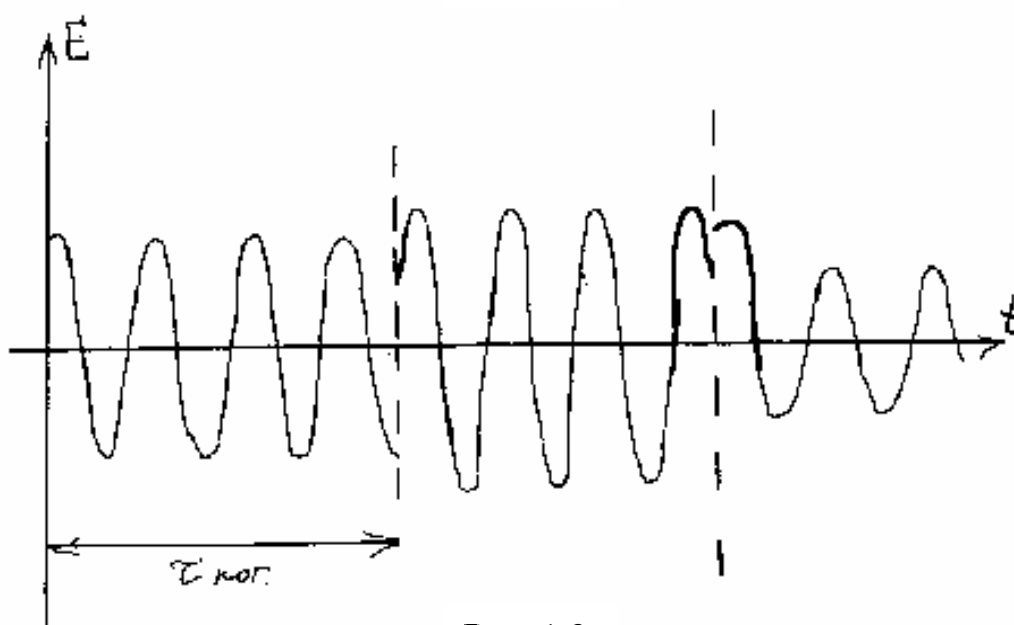


Рис. 1.3

Учитывая, что  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$  ( $\lambda_0$  - длина волны в вакууме), из (1.7)

получим условие максимумов

$$\Delta = m\lambda_0, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.9)$$

и минимумов (Из (1.8))

$$\Delta = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.10)$$

$\Delta = n(r_1 - r_2)$  называется оптической разностью хода. Величину  $nr$  называют оптической длиной пути\*. Если одна из волн проходит путь  $r_1$  в среде с показателем преломления  $n_1$ , а другая – путь  $r_2$  в среде с показателем преломления  $n_2$ , то оптическая разность хода будет равна

$$\Delta = n_1 r_1 - n_2 r_2. \quad (1.11)$$

### Интерференция квазимонохроматического света.

Реальные световые волны не бывают строго монохроматическими. Свет реального источника (например, газоразрядной трубки) создается большим количеством атомов, излучающих независимо друг от друга. Процесс испускания света изолированным атомом длится очень короткое время ( $\tau_a \approx 10^{-8} \text{ с}$ ).

Различные акты излучения одного и того же атома, как и излучение разных атомов, происходят независимо друг от друга, фазы испускания волн при этом меняются хаотично. Такое излучение не является монохроматическим, его можно представить в виде совокупности монохроматических волн с близкими частотами, лежащими в интервале  $\Delta \omega \approx \frac{1}{\tau_a}$ . Спектральный интервал излучения обычно ещё расширен вследствие доплеровского смещения частоты при движении атомов, а также вследствие столкновений с другими атомами. В результате будет испускаться спектральная линия с шириной  $\Delta \omega \approx \frac{1}{\tau_a}$ . Обычно  $\Delta \omega \ll \omega$ ; такое излучение называется квазимонохроматическим.

---

\* В общем случае оптической длиной пути волны при распространении от точки 1

до точки 2 будет величина  $l_{opt} = \int_1^2 n(x) dx$ .

Квазимонохроматическую волну можно записать в виде

$$E(\vec{r}, t) = A(\vec{r}, t) \cos[\bar{\omega}t + \varphi(\vec{r}, t)], \quad (1.12)$$

где  $\bar{\omega}$  - средняя частота излучения.

Среднее время, за которое происходит существенное изменение амплитуды и фазы, называется временем когерентности  $\tau_{\text{ког}}$ .

Часто употребляется модель квазимонохроматической волны в виде последовательности волновых цугов, каждый из которых представляет собой отрезок гармонической волны длительностью  $\tau_{\text{ког}}$  (рис. 1.3). При переходе от цуга к цугу фаза волны хаотично меняется на величину  $\approx \pi$ .

Время когерентности связано со спектральной шириной излучения соотношением

$$\tau_{\text{ког}} \approx \frac{1}{\Delta\omega} \quad (1.13)$$

Расстояние, которое проходит волна за время  $\tau_{\text{ког}}$ , называется длиной когерентности

$$l_{\text{ког}} = v\tau_{\text{ког}}$$

Пусть в некоторую точку пространства проходят две квазимонохроматические волны от двух точечных источников. Результирующая интенсивность в рассматриваемой точке может быть записана в виде, аналогичном (1.3)\*:

$$I(t) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t)] \quad (1.14)$$

Фазы  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$  меняются с характерным временем  $\tau_{\text{ког}}$ .

Обычные приемники света, такие, как глаз или фотоэмульсия, регистрируют интенсивность, усредненную за время, значительно превышающее  $\tau_{\text{ког}}$ :

$$\langle I(t) \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[\varphi_2(t) - \varphi_1(t)] \rangle \quad (1.15)$$

Если источники являются независимыми, то хаотичные изменения фаз  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  происходят независимо друг от друга; тогда за время усреднения косинус в выражении (1.15) будет с равной вероятностью принимать все значения от  $+1$  до  $-1$ , и последнее слагаемое в (1.15)

---

\* Здесь для простоты учитывается только изменение фаз, а изменение амплитуд во внимание не принимается.

обратится в 0. Получим  $\langle I \rangle = I_1 + I_2$ ; интерференционная картина не будет наблюдаться. В этом случае о складываемых волнах (колебаниях) говорят, что они некогерентны между собой. Излучение от двух обычных (не лазерных) источников света всегда взаимно некогерентно, поэтому от двух независимых источников интерференция никогда не наблюдается.

Для наблюдения интерференции необходимо, чтобы разность фаз  $\varphi_2(t) - \varphi_1(t)$  оставалась постоянной. Это возможно только если  $\varphi_1(t)$  и  $\varphi_2(t)$  меняются не независимо друг от друга, а согласованно. Такие волны называются когерентными. Для получения когерентных волн излучение от одного источника разделяют на две части. Пройдя разные пути, обе части световой волны накладываются в одной области пространства. При этом для возникновения интерференции необходимо, чтобы складываемые волны соответствовали одному и тому же цугу волны, испущенной источником. Это будет выполняться для сравнительно небольших разностей хода, не превышающих длину когерентности. Когда  $\Delta > l_{\text{ког}}$ , интерференция наблюдаться не будет.

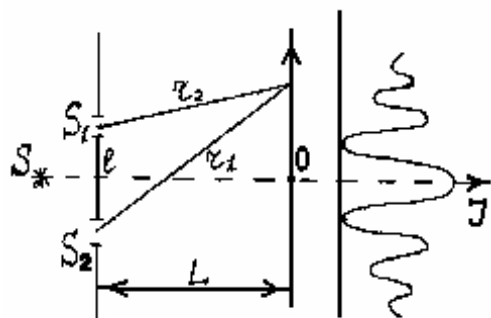


Рис. 1.4

Один из способов получения когерентных волн – схема Юнга (см. рис. 1.4). Источник света  $S$  освещает диафрагму с двумя параллельными щелями  $S_1$  и  $S_2$ . (Щели расположены перпендикулярно к плоскости рисунка). От щелей  $S_1$  и  $S_2$  исходят расходящиеся пучки света, которые, накладываясь на экране, образуют

интерференционную картину в виде чередующихся светлых и темных полос, параллельных щелям.

Согласно (1.7) и (1.8), светлым полосам соответствуют точки на экране, для которых  $(r_1 - r_2) = m\lambda$ , а темными -  $r_1 - r_2 = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ . Число  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  называется порядком интерференционного максимума. В точке  $O$ , для которой  $r_1 = r_2$ , располагается максимум нулевого порядка, или, как говорят, нулевая полоса. Расстояние между соседними минимумами (или максимумами) равно (см. задачу 1.4)

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{l}, \quad (1.16)$$

$\Delta x$  называют шириной интерференционной полосы.



Четкие полосы наблюдаются только в некоторой окрестности нулевой полосы. С увеличением разности хода контрастность полос уменьшается, и при  $|r_1 - r_2| \approx l_{\text{коз}}$  интерференционная картина исчезает.

На четкость интерференционной картины влияет также размер источника света, используемого в интерференционной схеме. Всякий реальный источник не является точечным, а имеет некоторую протяженность. Каждую точку протяженного источника можно рассматривать как точечный излучатель, создающий свою интерференционную картину. Фазы различных точечных излучателей не связаны между собой, они изменяются хаотично и независимо друг от друга. Поэтому волны от разных точек протяженного источника некогерентны между собой и не могут интерферировать. Результирующая интенсивность на экране будет равна сумме интенсивностей, создаваемых отдельными точечными излучателями. Поскольку интерференционные полосы от разных излучателей сдвинуты по отношению друг к другу, общая интерференционная картина окажется размытой. Если сдвиг полос от крайних точек источника существенно меньше ширины интерференционной полосы  $\Delta x$ , то уменьшение контрастности результирующей интерференционной картины будет незначительным. При достаточно больших размерах источника, когда этот сдвиг достигает величины  $\approx \Delta x$ , интерференционная картина полностью исчезает (см. задачу 1.8).

### Интерференция в тонких пленках.

Пусть на тонкую пленку падает волна от точечного источника  $S$  (рис. 1.5). В результате отражения этой волны от верхней и нижней поверхностей пленки образуется две когерентные волны, которые будут интерферировать. Результат интерференции в некоторой точке  $P$  определяется разностью оптических путей  $SABCP$  (луч 1) и  $SFP$  (луч 2).

Обычно толщина пленки  $d$  значительно меньше, чем расстояние от источника  $S$  до пленки.

В этом случае оптическая разность хода лучей 1 и 2 не зависит от положения точки  $P$  и равна (см. задачу 1.11)

$$\Delta = 2dn \cdot \cos \beta, \quad (1.17)$$

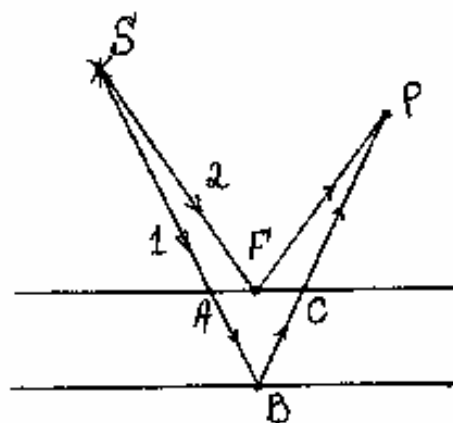


Рис. 1.5

где  $n$  - показатель преломления вещества пленки,  $\beta$  - угол преломления.

При расчете разности фаз интерферирующих волн, необходимо учитывать дополнительную разность фаз, равную  $\pi$ . Эта дополнительная разность фаз возникает, если отражение луча 1 в точке  $B$  происходит от оптически менее плотной среды, например, воздуха, тогда как луч 2 отражается в точке  $F$  от оптически более плотной среды (диэлектрика с показателем преломления  $n$ ). С учетом этого полная разность фаз имеет вид:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} 2dn \cos \beta + \pi$$

что соответствует

$$\Delta = 2dn \cos \beta + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (1.18)$$

Используя (1.9) и (1.10), получим условие максимумов интенсивности

$$2dn \cos \beta + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 \quad (1.19)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

и минимумов интенсивности

$$2dn \cos \beta + \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (1.20)$$

при интерференции в тонкой пленке.

Следует помнить, что выражения (1.18), (1.19), (1.20) справедливы только при разных условиях отражения на границах пленки. Если же оба луча 1 и 2 отражаются от оптически более плотной среды (или оба – от оптически менее плотной), то дополнительная разность фаз  $\pi$  не возникает.

Частными случаями интерференции в тонкой пленке являются кольца Ньютона (задачи 1.13 и 1.14), интерференция в клине (задача (1.15)).

### Примеры решения задач.

**Задача 1.1.** На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной  $d = 1\text{мм}$  так, что свет на пластинку падает под углом  $\alpha = 30^\circ$ . На сколько изменились оптическая длина пути? Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

Решение. Нарисуем волновую поверхность  $ДС$  волны, вышедшей из пластинки. От точки  $O$  до этой поверхности в отсутствие этой пластинки волна проходила путь  $OC$  в воздухе. Принимая показатель преломления воздуха равным 1, найдем оптический путь луча без пластинки:  $l_{1онм} = OC$ .

После постановки пластинки волна стала проходить путь  $OB$  в стекле и  $BD$  в воздухе;  $l_{2онм} = n(OB) + (BD)$ . До точки  $O$  и после поверхности  $ДС$  пути в обоих случаях (с пластинкой и без нее) совпадают. Таким образом, изменение оптической длины пути будет равно

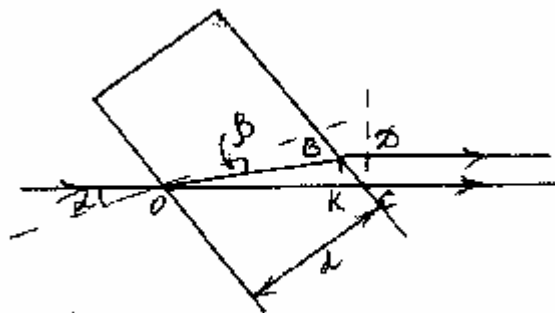


Рис. 1.6

$$l_{2онм} - l_{1онм} = n(OB) + (BD) - (OC).$$

Сделаем расчет:

$$(OC) - (BD) = (OK) = (OB) \cos(\alpha - \beta);$$

$$l_{2онм} - l_{1онм} = \Delta = (OB)[n - \cos(\alpha - \beta)];$$

$$OB = \frac{d}{\cos \beta};$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta.$$

Из закона преломления света  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$

получаем:  $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n},$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha};$$

$$\Delta = d \left[ \frac{1}{\cos \beta} \left( n - \frac{\sin^2 \alpha}{n} \right) - \cos \alpha \right] = d \left[ \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha \right] =$$

$$= 1 \text{ мм} \left[ \sqrt{2,25 - 0,25} - \frac{\sqrt{3}}{2} \right] = 0,548 \text{ мм}.$$

**Задача 1.2.** Плоская волна проходит через стеклянную пластинку с показателем преломления  $n = \frac{3}{2}$ , падая на неё нормально. Толщина пластинки скачком меняется на величину  $d = \frac{2}{3}\lambda$  вдоль прямой, проходящей через точку  $C$  перпендикулярно к плоскости рисунка. Прошедшая волна собирается в фокусе линзы. Найдите интенсивность в фокусе линзы, если интенсивность в случае отсутствия уступа на пластинке была  $I_0$ .

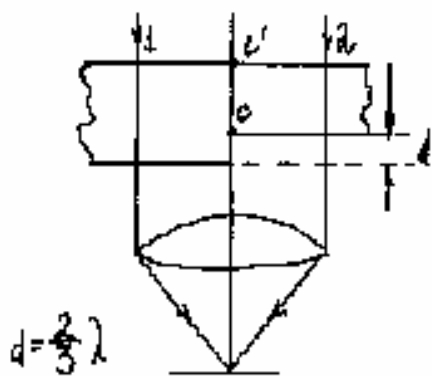


Рис. 1.7

**Решение.** В фокусе линзы интерферируют две когерентные волны: одна - прошедшая слева от плоскости  $CC'$  (волна 1) и другая - прошедшая справа от неё (волна 2).

В случае плоскости без уступа разность фаз колебания этих двух волн была равна нулю; амплитуда результирующего колебания  $A_0 = 2A_1$ , где  $A_1$  - амплитуда колебаний в каждой из волн. Переходя к интенсивностям, получим  $I_0 = 4I_1$ .

В случае пластинки с уступом волны 1 и 2 получают оптическую разность хода  $\Delta = dn - d = d(n - 1)$ , и, следовательно, разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d(n - 1).$$

Подставив данные из условия задачи, получим

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{3}.$$

Найдем результирующую амплитуду методом векторного сложения колебаний.

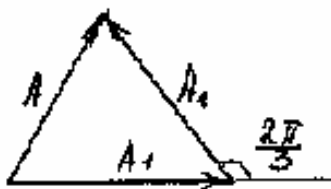


Рис. 1.8

Из диаграммы видно, что  $A = A_1$

$$I = I_1 = \frac{I_0}{4}$$

**Задача 1.3.** Некоторое колебание возникает в результате сложения  $N$  когерентных колебаний одного направления имеющих следующий вид:  $\xi_k = a \cos(\omega t + (k-1)\alpha)$ , где  $k$  - номер колебания ( $k = 1, 2, \dots, N$ ),  $\alpha$  - разность фаз между  $k$ -м и  $(k-1)$ -м колебаниями. Найти амплитуду результирующего колебания.

Решение. Решим задачу, используя метод векторного сложения колебаний. Каждому колебанию сопоставим вектор длиной  $a$ . Угол между векторами, изображающими  $k$ -е и  $(k+1)$ -е колебания, равен  $\alpha$ . Вектор, характеризующий результирующее колебание, равен векторной сумме  $N$  векторов. Его амплитуду обозначим  $A$ . Поскольку длины всех складываемых векторов и углы между ними одинаковы, концы векторов располагаются на некоторой окружности. Центр  $O$  этой окружности находится на пересечении перпендикуляров, проведенных через середины любых двух складываемых векторов.

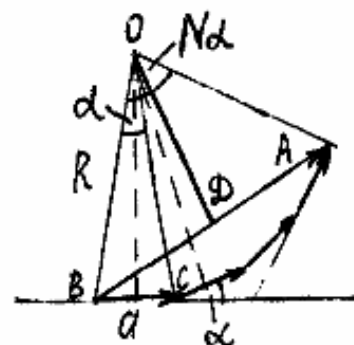


Рис. 1.9

Найдем радиус  $R$  этой окружности. Из треугольника  $BOC$  следует:

$$\frac{a}{2} = R \sin \frac{\alpha}{2}; \quad R = \frac{a}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Из треугольника  $BOA$  находим  $\frac{A}{2} = R \sin\left(\frac{N\alpha}{2}\right)$ .

Подставив в это выражение  $R$ , получим

$$A = \frac{a \sin\left(\frac{N\alpha}{2}\right)}{\sin \frac{\alpha}{2}}.$$

**Задача 1.4.** Два одинаковых точечных источника монохроматического света с длиной волны  $\lambda$  расположены на расстоянии  $d$  друг от друга. Начальные фазы колебаний источников равны между собой. Найти распределение интенсивности  $I(x)$  на оси  $X$ , параллельной отрезку, соединяющему источники, и отстоящей от них на расстоянии  $L$ . Координату  $X$  отсчитывать от точки  $O$  на оси  $X$ , равноудаленной от обоих источников. Считать  $d, x \ll L$ .

Решение. В случае одинаковых источников и при условии  $d \ll L$  в каждую точку  $C$  оси  $X$  придут две волны с одинаковыми интенсивностями. Согласно (1.3), результирующая интенсивность в точке  $C$  равна:

$$I = 2I_1 [1 + \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] ,$$

где  $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$ , что можно получить из (1.6), положив  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Выразим  $r_1 - r_2$  через положение точки на оси  $X$ . Из прямоугольных треугольников  $S_1AC$  и  $S_2BC$  (рис. 1.10) имеем

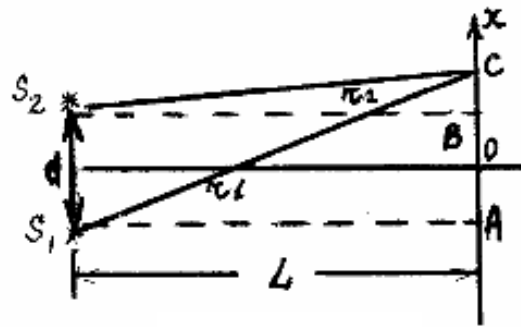


Рис. 1.10

$$r_1^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2; \quad r_2^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 .$$

Вычитая второе равенство из первого, получим  $r_1^2 - r_2^2 = 2xd$ , откуда  $r_1 - r_2 = \frac{2xd}{r_1 + r_2}$ . В результате  $r_1 - r_2 = \frac{xd}{L}$ .

Подставив в выражение для интенсивности  $\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{xd}{L}$ , получим

$$I(x) = 2I_1 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{xd}{L}\right) = 4I_1 \cos^2 \frac{\pi xd}{\lambda L} .$$

Из последнего выражения можно найти координаты максимумов интенсивности  $x_{\max} = \frac{m\lambda L}{d}$  и координаты минимумов

$$x_{\min} = (2m+1) \frac{\lambda L}{2d}, \quad \text{где } m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Расстояние между соседними минимумами или максимумами равно

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d} .$$

**Задача 1.5.** Два точечных одинаковых источника когерентных волн расположены на расстоянии  $d = \frac{\lambda}{4}$  друг от друга. Колебания источника  $B$  запаздывают по фазе на  $\frac{\pi}{2}$  относительно источника  $A$

Определить:

а) углы  $\theta$ , в направлении которых интенсивность излучения этой системы максимальна и в направлении которых интенсивность минимальна (см. рис. 1.11);

б) вид зависимости интенсивности от угла  $\theta$ . Изобразить примерный вид полярной диаграммы направленности излучения такой системы.

Решение. Когда расстояние от источников до точки наблюдения значительно превышает расстояние между источниками ( $AC, BC \gg d$ ), лучи  $AC$  и  $BC$  оказываются практически параллельными. Тогда разность хода интерферирующих лучей

$$BC - AC = BD = d \cos \theta.$$

Согласно (1.6) в точке наблюдения волна от источника  $B$  отстает по фазе на величину  $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{\lambda} d \cos \theta$ .

а) Из условия максимумов интенсивности (1.4) получим  $\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} \cos \theta = 2\pi m$ , откуда следует  $\cos \theta = 4m - 1$ .

Последнее соотношение может выполняться только при  $m = 0$  и  $\cos \theta = -1$ . Максимум интенсивности имеет место под углом  $\theta = \pi$ . Из условия минимумов (1.5) имеем

$$\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} \cos \theta = (2m + 1)\pi.$$

Откуда следует  $\cos \theta = 4m + 1, m = 0, \cos \theta = 1$ .

Следовательно, минимум наблюдается под углом  $\theta = 0$ .

б) Поскольку  $AC \approx BC$  и излучатели одинаковы, можно считать интенсивность волн от обоих источников в точке наблюдения равными

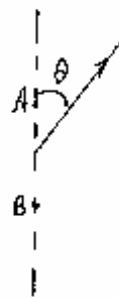


Рис. 1.11

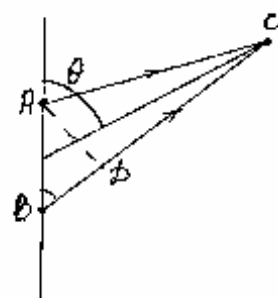


Рис. 1.12

друг другу. Тогда, согласно (1.3), результирующая интенсивность в точке  $C$  будет равна

$$I = 2I_1 + 2I_1 \cos \Delta\varphi = 2I_1 \left( 1 + \cos \left[ \frac{\pi}{2} (\cos \theta + 1) \right] \right),$$

где  $I_1$  - интенсивность каждой из волн в точке  $C$ .

После несложных преобразований получим вид зависимости  $I(\theta)$

$$I = 4I_1 \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \right).$$

Разумеется, при удалении точки наблюдения от источников интенсивность  $I_1$ , а вместе с ней и  $I$ , будут убывать.

Для построения диаграммы направленности рассчитаем  $I$  для нескольких углов  $\theta$ :

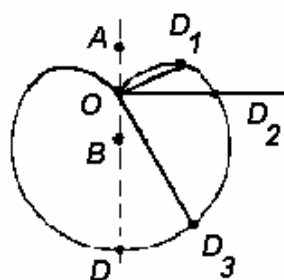


Рис. 1.13

$\theta = \pi$	$I = I_{max} = 4I_1,$
$\theta = 0$	$I = 0,$
$\theta = \frac{\pi}{3}$	$I = I_{max} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{3}{4} \right) = 0,38 I_{max},$
$\theta = \frac{\pi}{2}$	$I = I_{max} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{2} \right) = 0,5 I_{max},$
$\theta = \frac{2\pi}{3}$	$I = I_{max} \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{4} \right) = 0,92 I_{max},$

$$OD = I_{max}, OD_1 = 0,38 I_{max},$$

$$OD_2 = 0,5 I_{max}, OD_3 = 0,92 I_{max}$$

**Задача 1.6.** В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая стеклянная пластинка, вследствие чего центральная светлая полоса смещалась в положение, первоначально занятое пятой светлой полосой. Луч падает на пластинку нормально. Показатель преломления пластинки  $n = 1,5$ ; длина волны света

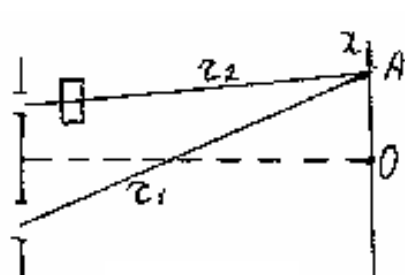


Рис. 1.14

$\lambda = 6 \times 10^{-7} \text{ м}$ . Какова толщина пластинки  $d$ ?

Решение. При отсутствии пластинки нулевая полоса располагается в точке  $x = 0$ ,  $m$ -я полоса в точке  $A$ , для которой



$r_1 - r_2 = m\lambda$ . Для пятой полосы  $r_1 - r_2 = 5\lambda$ .

При установке пластинки нулевая полоса переместилась в точку  $A$ ; следовательно, для этой точки  $l_{1онм} = l_{2онм}$ . Для первого луча  $l_{1онм} = r_1$ .

Второй луч прошел путь  $d$  в стекле и путь  $(r_2 - d)$  в воздухе. Следовательно,  $l_{2онм} = nd + r_2 - d = r_2 + d(n - 1)$ .

Получаем:  $r_1 = r_2 + d(n - 1)$ ; то есть

$$r_1 - r_2 = d(n - 1) = 5\lambda.$$

$$d = \frac{5\lambda}{n - 1}. \text{ Численный расчет дает } d = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м.}$$

**Задача 1.7.** В схеме Юнга использовали источник света с длиной волны  $\lambda$  и шириной спектрального интервала  $\Delta\lambda$ . Расстояние между щелями  $d$ , экран удален от щелей на расстояние  $L$ . На каком расстоянии от центральной полосы исчезнет интерференционная картина? Сколько полос можно будет наблюдать с таким источником?

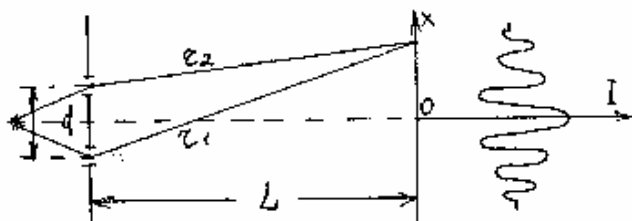


Рис. 1.15

Решение. Источник света испускает квазимонохроматическую волну, которая характеризуется временем когерентности  $\tau_{\text{ког}}$ . В модели волновых цугов  $\tau_{\text{ког}}$  - это время длительности цуга. Длина когерентности  $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$  - пространственная длительность цуга. Волны, пришедшие от двух щелей в некоторую точку экрана, будут когерентными, только если они принадлежат одному цугу волны, испущенной источником. Такая ситуация складывается в точке  $O$ , где располагается нулевая полоса. В этой точке все время складываются волны, испущенные источником в один и тот же момент времени, следовательно, принадлежащие одному цугу. В другие точки экрана приходят волны, испущенные источником в разные моменты времени,

отличающиеся на  $\Delta t = \frac{r_1 - r_2}{c}$ .

Если  $\Delta t > \tau_{\text{ког}}$  (или  $|r_1 - r_2| > l_{\text{ког}}$ ), складываемые волны все время принадлежат разным цугам, и интерференционных полос не будет. Для точек экрана, для которых  $0 < \Delta t < \tau_{\text{ког}}$  складываемые волны когерентны только часть времени (частично когерентны). При удалении от нулевой полосы степень когерентности складываемых волн уменьшается, что приводит к уменьшению контрастности интерференционных полос.

Итак, полосы пропадут в точках  $x_{\text{исчезн.}}$  - для которых  $\frac{r_1 - r_2}{c} = \tau_{\text{ког}}$ . В задаче (1.4) получено  $x = \frac{(r_1 - r_2)L}{d}$ , откуда находим  $x_{\text{исчезн.}} = \frac{\tau_{\text{ког}} c L}{d}$ . Из  $v = \frac{c}{\lambda}$  следует  $\Delta v = \frac{c}{\lambda^2} |\Delta \lambda|$ .

$$\text{Примем (см.(1.13)) } \tau_{\text{ког}} \approx \frac{1}{\Delta v}, \text{ тогда получим: } x_{\text{исчезн.}} \approx \frac{\lambda^2 L}{\Delta \lambda d}$$

Число полос, наблюдаемое с одной стороны от нулевой полосы,

$$N_1 = \frac{x_{\text{исчезн.}}}{\Delta x},$$

где  $\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$  - ширина интерференционной полосы.

Полное число наблюдаемых полос

$$N = 2N_1 \approx 2 \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

Рассмотрим задачу, используя несколько другой подход. Излучение со спектральной шириной  $\Delta \lambda$  будем рассматривать как совокупность монохроматических волн с длинами волн от  $\lambda_1$  до  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta \lambda$ . Каждая волна будет давать на экране свою систему интерференционных полос. Ширина полосы для разных  $\lambda$  будет разная:  $\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$ . В нулевой полосе максимумы всех длин совпадают. Максимумы любого другого порядка для разных длин волн будут располагаться в разных точках экрана (см. рис. 1.16).

На рисунке изображены системы полос для двух граничных волн спектрального интервала  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . (Для других длин волн максимумы каждого порядка располагаются между максимумами для  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ ). Из рисунка видно, что с увеличением порядка контрастность интерференционных полос падает. Картина полностью исчезнет, когда

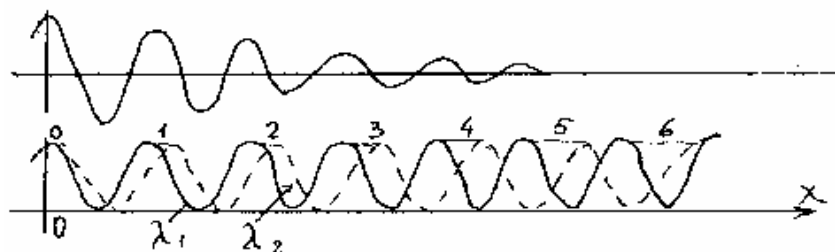


Рис. 1.16

$(m+1)\bar{u}$  максимум длины волны  $\lambda_1$  совпадает с  $m - m$  максимумом длины волны  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ :

$$m(\lambda_1 + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda_1, \text{ откуда } m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

Следовательно, с одной стороны от нулевой полосы будет наблюдаться  $N_1 = m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$  полос. (Эти рассуждения также имеют оценочный характер, поскольку контрастность полос убывает непрерывно, и место, где полосы становятся ненаблюдаемыми, можно указать только приблизительно).

**Задача 1.8.** В схеме Юнга, используется самосветящийся источник радиусом  $R = 1\text{ мм}$ . Длина волны света  $\lambda = 5 \times 10^{-7}\text{ м}$ . Расстояние между щелями  $d = 0,1\text{ мм}$ . Оценить минимальное расстояние между источником и щелями, при котором еще будет наблюдаться интерференционная картина.

**Решение.** Неточечный, протяженный источник света можно рассматривать как совокупность независимых излучателей. Волны от независимых излучателей не когерентны и не могут интерферировать; результирующая интенсивность в любой точке экрана равна сумме интенсивностей, создаваемых в этой точке отдельными точечными излучателями.

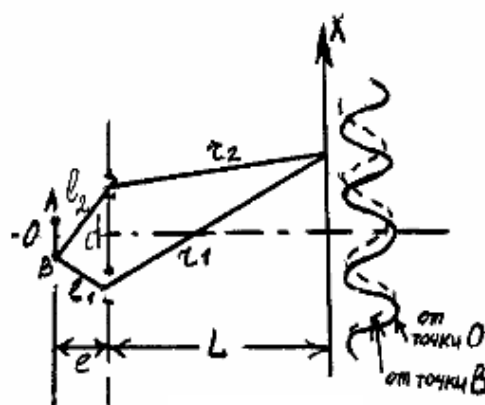


Рис. 1.17

Каждый точечный излучатель создает на экране свою систему интерференционных полос. Полосы от разных излучателей сдвинуты друг относительно друга. На рис. 1.17 показаны полосы, создаваемые центральной точкой источника (точка  $O$ ) и крайней точкой (точка

$B$ ). Полосы от точки  $A$  будут сдвинуты в другую сторону (вниз). Пока этот сдвиг невелик, он приводит к некоторому размытию интерференционных полос, т.е. к уменьшению контрастности картины, но полосы все же будут наблюдаться. Если смещение системы полос от точек  $A$  и  $B$  достигнет ширины интерференционной полосы, интерференционная картина наблюдаться не будет.

Рассчитаем сдвиг полос от точки  $B$  по отношению к полосам от точки  $O$  источника. Будем действовать так же, как и в задаче 1.4

$$\left(\frac{d}{2} - R\right)^2 + l^2 = l_1^2 ; \quad \left(\frac{d}{2} + R\right)^2 + l^2 = l_2^2.$$

Раскроем скобки и вычтем 1-е равенство из 2-го;

$$(l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2dR.$$

Положим  $l_2 + l_1 \approx 2l$ ,  $l_2 - l_1 = \frac{dR}{l}$ .

Нулевая полоса от точки  $B$  образуется в той точке экрана, для которой разность хода от точки  $B$  равна нулю:  $l_1 + r_1 = l_2 + r_2$ , или  $r_1 - r_2 = l_2 - l_1$ .

Используя  $r_1 - r_2 = \frac{dx}{L}$ , получим  $\frac{dx}{L} = \frac{dR}{l}$ , откуда сдвиг  $x = \frac{RL}{l}$ . Смещение системы полос от точек  $A$  и  $B$  будет равно  $2x = \frac{2RL}{l}$ . Полосы исчезнут, когда  $2x \approx \Delta x$ , где  $\Delta x$  - ширина интерференционной полосы,

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d}.$$

Полосы считаются еще достаточно четкими, чтобы их можно было наблюдать, если смещение полос от точек  $A$  и  $B$  не превышает половины ширины интерференционной полосы:

$$2x \leq \frac{\Delta x}{2} ; \quad \frac{2RL}{l} \leq \frac{L\lambda}{2d}.$$

Откуда получим  $l \geq \frac{4Rd}{\lambda}$ . Расчет дает  $l_{\min} \approx 80 \text{ см}$

**Задача 1.9.** Две когерентные плоские световые волны, угол между направлениями распространения которых  $\alpha \ll 1$ , падают почти нормально на экран. Показать, что расстояние между соседними максимумами на экране  $\Delta x = \lambda/\alpha$ , где  $\lambda$  - длина волны.

Решение. Из соображений симметрии задачи выберем на экране начало отсчета точку  $O$ , в которой падающие волны (лучи 1 и 2) приходят без сдвига фаз между собой. Лучи 1,1' падают на экран под углом  $\alpha_1$ , лучи 2,2' - под углом  $\alpha_2$ :

$\alpha_1, \alpha_2 \ll 1$ ;  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ .  
 Луч 1' приходит в точку экрана с координатой  $x$  с запаздыванием по фазе на  $\frac{2\pi}{\lambda} \Delta_1$ , где  $\Delta_1 = \alpha_1 x$ . Результирующий сдвиг фаз лучей 1' и 2', встречающихся в точке с координатами  $x$ ,

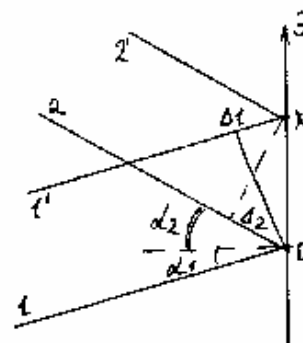


Рис. 1.18

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi x}{\lambda}(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \alpha x.$$

Если  $\Delta\varphi = x \frac{2\pi}{\lambda} \alpha = 2\pi m$ , в точке  $X$  наблюдается максимум интенсивности света. Координаты двух последовательных максимумов:

$$x_m = \frac{m\lambda}{\alpha}, \quad x_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda}{\alpha}.$$

Расстояние между ними  $\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{\lambda}{\alpha}$

**Задача 1.10.** Линзу диаметром  $D = 5,0\text{ см}$  и с фокусным расстоянием  $f = 25,0\text{ см}$  разрезали по диаметру на две одинаковые половины, причем удаленным оказался слой толщины  $a = 1,00\text{ мм}$ . После этого обе половины сдвинули до соприкосновения и в фокальной плоскости полученной таким образом билинзы поместили узкую щель, испускающую монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,60\text{ мкм}$ , за билинзой расположили экран на расстоянии  $b = 50\text{ см}$  от неё. Определить ширину интерференционной полосы на экране и число возможных максимумов.

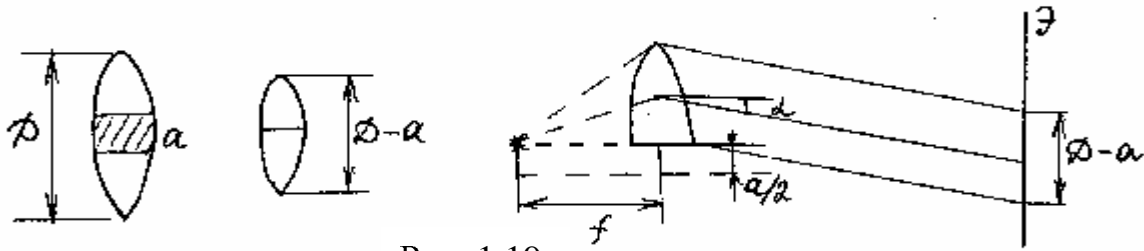


Рис. 1.19

Решение. Рассмотрим ход световых лучей, преломляемых верхней половиной билинзы (рис. 1.19). Из-за того, что середина линзы шириной  $a$  удалена, источник  $S$  оказывается сдвинутым в фокальной плоскости исходной линзы на расстояние  $\frac{a}{2}$ . Побочная оптическая ось, параллельно которой билинзы преобразует падающий на нее расходящийся пучок лучей в параллельный пучок, направленный вверх под углом  $\alpha_2$  к главной оптической оси, равным  $\alpha_1$ .

Итак, из билинзы выходят два параллельных пучка лучей, угол между направлениями которых

$$\alpha = 2\alpha_1 = \frac{a}{f}.$$

Согласно задаче 1.9 ширина интерференционной полосы на экране

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{\lambda f}{a} = 0,15 \text{ мм}.$$

Эта ширина не зависит от расстояния между билинзой и экраном.

Число возможных максимумов определяется областью перекрывания пучков (см. рис. 1.20), т.е. зависит от положения экрана и размеров линзы. Оно максимально при положении экрана I и равно нулю при положении экрана II.

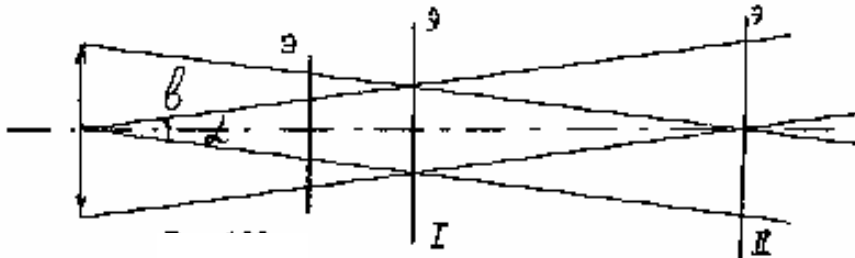


Рис. 1.20

В нашем частном случае область перекрывания пучков

$$\Delta X = \alpha b = \frac{ab}{f}$$

и число возможных максимумов

$$N = \frac{\Delta X}{\Delta x} = \frac{\frac{ab}{f}}{\frac{\lambda f}{a}} = \frac{a^2 b}{f^2 \lambda} = 13.$$

**Задача 1.11.** Получить выражение (1.17) для оптической разности хода при интерференции в тонкой пленке

Решение. В обычном случае, когда расстояние от источника света до пленки значительно превышает толщину пленки  $d$ , лучи 1 и 2 можно считать практически параллельными.

Выберем точку наблюдения  $P$  на верхней поверхности пленки. До плоскости  $AD$ , перпендикулярной к падающим лучам, оптический путь лучей 1 и 2 одинаков. В соответствии с (1.11) оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна

$$\Delta = n(AB + BP) - n_1 DP = 2nAB - n_1 DP.$$

где  $n$  - показатель преломления пленки,  $n_1$  - показатель преломления среды над пленкой.

Из рис. 1.21 следует

$$AB = \frac{d}{\cos \beta}, \quad DP = AP \sin \alpha = 2d \operatorname{tg} \beta \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол падения,  $\beta$  - угол преломления. Учитывая, что  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_1}$ ,

получим 
$$\Delta = 2n \frac{d}{\cos \beta} - n_1 2d \operatorname{tg} \beta \sin \beta \frac{n}{n_1} = 2dn \cos \beta$$

**Задача 1.12.** Найти минимальную толщину пленки с показателем преломления  $n = 1,33$ , при которой свет с длиной волны  $\lambda_1 = 0,64 \text{ мкм}$  испытывает максимальное отражение, а свет с длиной волны  $\lambda_2 = 0,40 \text{ мкм}$  не отражается совсем. Угол падения света  $\alpha = 30^\circ$

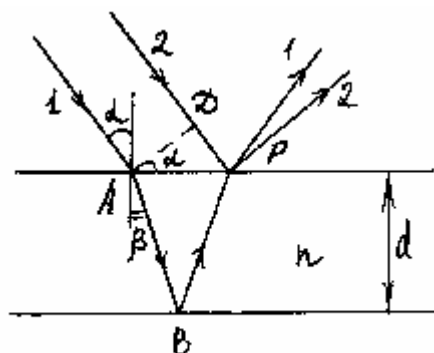


Рис. 1.21

Решение. Оптическая разность хода при интерференции в слое с толщиной  $d$  с показателем преломления  $n$  определяется соотношением (1.17):  $\Delta = 2dn \cos \beta$ , где  $\beta$  - угол преломления. Выразим  $\Delta$  через угол падения  $\alpha$ . По закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n; \quad \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}; \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}.$$

Получаем

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$$

Напишем условие максимума для света с  $\lambda_1$ :

$$\Delta + \frac{\lambda_1}{2} = m_1 \lambda_1 \quad \text{или} \quad \Delta = m_1 \lambda_1 - \frac{\lambda_1}{2},$$

и условие минимума для света с  $\lambda_2$ :

$$\Delta + \frac{\lambda_2}{2} = (2m_2 + 1) \frac{\lambda_2}{2} \quad \text{или} \quad \Delta = m_2 \lambda_2.$$

Приравнивая правые части двух последних уравнений, получим

$$m_1 \lambda_1 - \frac{\lambda_1}{2} = m_2 \lambda_2; \quad \lambda_2 / \lambda_1 = \frac{2m_1 - 1}{2m_2}$$

Подставив значения  $\lambda_2$  и  $\lambda_1$ :

$$\frac{2m_1 - 1}{2m_2} = \frac{0,40}{0,64} = \frac{5}{8}.$$

Поскольку требуется найти минимальную толщину пленки, нужно определить наименьшие целые числа  $m_1$  и  $m_2$ , удовлетворяющие этому равенству:  $m_1 = 3$ ,  $m_2 = 4$ .

Теперь найдем  $d_{\min}$ , например, из соотношения

$$2d_{\min} \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = 4\lambda_2; \quad d_{\min} = \frac{2\lambda_2}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

Подставив числа, получим:

$$d_{\min} = 0,65 \text{ мкм.}$$



**Задача 1.13.** Установка для получения колец Ньютона освещается светом с длиной волны  $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ , падающим по нормали к поверхности пластины. Радиус кривизны линзы  $R = 10 \text{ м}$ . Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Найти показатель преломления жидкости, если радиус третьего светлого кольца  $r = 3,8 \text{ мм}$ . Наблюдение ведется в проходящем свете.

Решение. В установке для наблюдения колец Ньютона роль тонкой пленки играет зазор между пластиной и нижней поверхностью линзы (рис. 1.22). В проходящем свете интерferируют два луча: луч 1, прошедший систему без отражений, и луч 2, испытавший отражения на нижней и верхней поверхностях слоя.

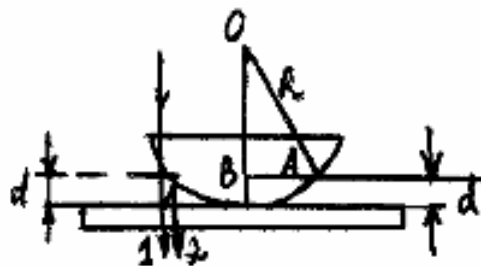


Рис. 1.22

В случае нормального падения света при достаточно большом  $R$  углы падения и преломления в зазоре близки к нулю, так что лучи 1 и 2 распространяются практически вдоль одной прямой. (На рис. для наглядности эти лучи пространственно разнесены).

Одинаковой разности хода лучей 1 и 2 соответствует одинаковое значение  $d$  (см. (1.17)), поэтому интерференционная картина представляет собой чередование светлых и темных колец. Условие светлого кольца получим из (1.19), положив  $\cos \beta = 1$  и учитывая, что поправки  $\lambda/2$  в данном случае не будет (луч 2 отражается два раза при одинаковых условиях отражения, следовательно, его фаза при отражениях или не изменится, или изменится на  $2\pi$ ; луч 1 вообще не отражается)  $2dn = m\lambda$ .

Свяжем толщину слоя  $d$  с радиусом кольца  $r$ . Из треугольника  $AOB$  следует

$$R^2 = r^2 + (R - d)^2 = r^2 + R^2 - 2Rd + d^2.$$

Пренебрегая малой величиной  $d^2$ , получим

$$r^2 = 2Rd.$$

Подставив сюда

$$d = \frac{m\lambda}{2n},$$

найдем

$$n = \frac{mR\lambda}{r^2}.$$

Численный расчет дает  $(m = 3)n = 1,25$ .

**Задача 1.14.** Плоско-выпуклую линзу с радиусом кривизны  $R_1$ , положили выпуклой поверхностью на плоско-вогнутую линзу с радиусом кривизны  $R_2 > R_1$ . На плоскую поверхность собирающей линзы нормально падает свет с длиной волны  $\lambda$ . Определить радиус  $m$ -го темного кольца в отраженном свете.

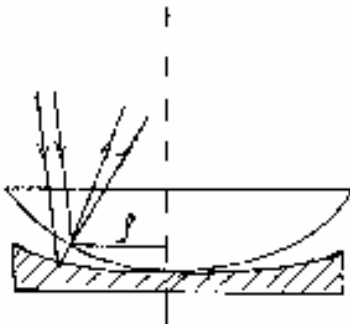


Рис. 1.23

Решение. Один из интерферирующих лучей возникает при отражении на нижней поверхности собирающей линзы, другой – при отражении на верхней поверхности рассеивающей линзы. Разность хода этих лучей (с учетом скачка фазы при отражении от оптически более плотной среды) определяется выражением (1.18) (при  $n = 1$ ,  $\cos \beta = 1$ )

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2},$$

где  $d$  - толщина слоя воздуха в данном месте. Геометрическим местом точек с одинаковой разностью хода является окружность (радиуса  $\rho$ ) и при наблюдении сверху мы увидим систему темных и светлых колец с центром в месте соприкосновения линз.

Для  $m$ -го темного кольца запишем условие минимума:

$$2d + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad 2d = m\lambda.$$

Найдем связь  $d$  с  $R_1, R_2$  и  $\rho$ .

Из рис. 1.24 получим:

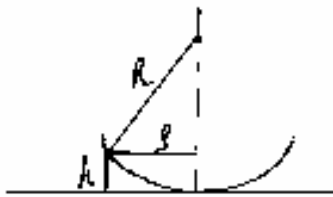


Рис. 1.24

$$R^2 = \rho^2 + (R - h)^2;$$

$$0 = \rho^2 - 2Rh + h^2.$$

Пренебрежем величиной  $h^2$  по сравнению с  $Rh$ :

$$\rho^2 = 2Rh.$$

Из рис. 1.25 следует:  $d = x_1 - x_2$ , где

$$x_1 = \frac{\rho^2}{2R_1}; \quad x_2 = \frac{\rho^2}{2R_2};$$

$$d = \frac{\rho^2}{2} \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{\rho^2 (R_2 - R_1)}{2R_1R_2}.$$

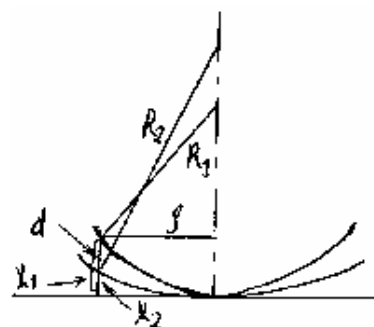


Рис. 1.25

Окончательно получим, подставив найденное  $d$  в условие  $m$ -го кольца:

$$\rho^2 \frac{(R_2 - R_1)}{R_1R_2} = m\lambda; \quad \rho = \sqrt{\frac{m\lambda R_1R_2}{R_2 - R_1}}.$$

**Задача 1.15.** Свет с длиной волны  $\lambda_0 = 0,55 \text{ мкм}$  от удаленного источника падает нормально на поверхность стеклянного клина. В отраженном свете наблюдают систему интерференционных полос, расстояние между соседними максимумами которых на поверхности клина  $\Delta x = 0,21 \text{ мм}$ .

Найти:

а) угол между гранями клина;

б) степень монохроматичности света  $\left( \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \right)$ , если исчезновение интерференционных полос наблюдается на расстоянии  $l \approx 1,5 \text{ см}$  от вершины клина.

Решение. Свет от удаленного источника падает на клин параллельным пучком. Интерферируют лучи, отраженные от верхней и нижней поверхности клина. Оптическая разность хода этих лучей определяется соотношением (1.18), в котором следует положить  $\cos \beta = 1$ . (Свет падает по нормали к поверхности клина):

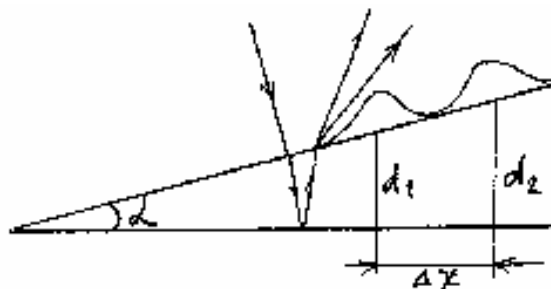


Рис. 1.26

$$\Delta = 2dn + \frac{\lambda_0}{2}.$$

Здесь  $d$  - толщина стекла в месте падения луча. Геометрическим местом с одинаковой разностью хода являются прямые, параллельные ребру клина. При наблюдении в отраженном свете интерференционная картина представляет собой систему светлых и темных полос, параллельных ребру клина. Напишем условия двух соседних светлых полос:

$$2d_1n + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0; \quad 2d_2n + \frac{\lambda_0}{2} = (m+1)\lambda_0.$$

Вычитая первое соотношение из второго, получим

$$2(d_2 - d_1)n = \lambda_0.$$

При малом угле клина

$$d_2 - d_1 = \Delta x \alpha$$

Получаем  $\alpha = \frac{\lambda_0}{2\Delta x n}$ .

Сделаем расчет, приняв для стекла  $n = 1,5$ . Получим  $\alpha = 3'$ .

В задаче 1.7 было выведено соотношение, позволяющее оценить число наблюдаемых интерференционных полос при освещении квазимонохроматическим светом:

$$N_1 \approx \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}; \quad l = N_1 \Delta x.$$

Откуда следует:  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{\Delta x}{l}$ .

Подставив численные значения, получим:  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx 0,014$ .

## II. Дифракция света.

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

#### Принцип ГЮЙГЕНСА-ФРЕНЕЛЯ. Метод зон ФРЕНЕЛЯ.

Дифракция возникает, когда на пути световой волны встречаются оптические неоднородности, например, отверстие в диафрагме, край непрозрачного экрана и т.п. Дифракция проявляется в отступлении от законов геометрической оптики: прямолинейное распространение света нарушается, световые волны огибают непрозрачные препятствия и проникают в область геометрической тени.

Теория дифракции основана на принципе Гюйгенса – Френеля, который можно сформулировать следующим образом. Каждая точка пространства, до которой дошла волна, становится источником вторичной волны. Вторичные волны когерентны между собой. Амплитуду световых колебаний в произвольной точке пространства можно найти как результат интерференции вторичных волн.

Пусть свет испускается источником  $S$  и мы хотим найти амплитуду световых колебаний в произвольной точке  $P$ . Окружим источник воображаемой замкнутой поверхностью  $\Sigma$  (рис.2.1). Каждый элемент  $d\sigma$  этой поверхности будем считать точечным вторичным источником, испускающим сферическую волну. Эта волна создает в точке  $P$  колебание

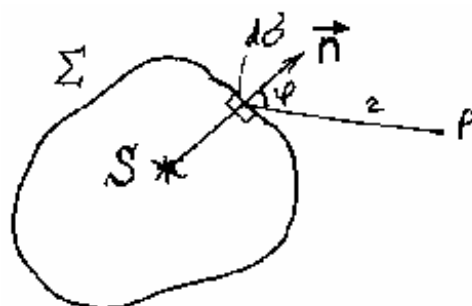


Рис. 2.1

$$dE = k(\varphi) \frac{a_0 d\sigma}{r} \cos(\omega t - kr + \psi), \quad (2.1)$$

где  $r$  - расстояние от элемента  $d\sigma$  до точки  $P$ , величина  $a_0$  определяется амплитудой действительного колебания, дошедшего от источника до элемента  $d\sigma$ ,  $\psi$  - начальная фаза этого колебания.

Амплитуда вторичной волны в точке  $P$   $\frac{a_0 d\sigma}{r} k(\varphi)$  зависит от угла  $\varphi$  между нормалью к площадке  $d\sigma$  и направлением от  $d\sigma$  к точке  $P$ . Множитель  $k(\varphi)$  монотонно убывает с ростом  $\varphi$ . При  $\varphi = 0$  множитель  $k$  имеет максимальное значение; при  $\varphi = \frac{\pi}{2}$   $k = 0$ .

Результирующее колебание в точке  $P$  есть результат интерференции вторичных волн, пришедших в точку  $P$  от всех элементов поверхности  $\Sigma$ :

$$E = \int_{\Sigma} k(\varphi) \frac{a_0 d\sigma}{r} \cos(\omega t - kr + \psi). \quad (2.2)$$

Поверхность  $\Sigma$  удобно выбрать таким образом, чтобы она совпадала с волновой поверхностью первичной волны. Если на пути волны имеются непрозрачные экраны, то в местах расположения экранов поверхность  $\Sigma$  выбирают так, чтобы она совпала с плоскостью экранов, а в открытых местах имела форму волновой поверхности первичной волны, не искаженной экранами. Амплитуду вторичных источников на поверхности непрозрачных экранов принимают равной нулю

Расчет по формуле (2.2) в общем случае довольно труден. Рассмотрим наиболее простой случай, когда имеется симметрия относительно отрезка  $SP$ , соединяющего точечный источник света и точку наблюдения  $P$  (рис.2.2). Разобьем сферическую волновую поверхность  $\Sigma$  на кольцевые зоны так, чтобы расстояние от краев каждой зоны до точки  $P$  отличалось на  $\frac{\lambda}{2}$ :

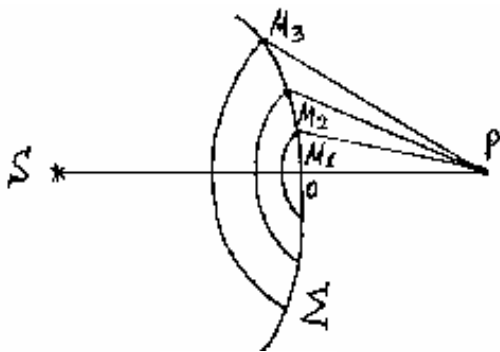


Рис. 2.2

$$M_1P = OP + \frac{\lambda}{2};$$

$$M_2P = M_1P + \frac{\lambda}{2} \dots$$

Построенные таким образом зоны называются зонами Френеля. Колебания, создаваемые двумя соседними зонами в точке  $P$ , находятся в противофазе и ослабляют друг друга.

Пусть радиус сферической поверхности  $R$ , расстояние  $OP = L$  (рис.2.3). Радиус  $m$ -ой зоны (см. задачу 2.1) при не очень больших  $m$  равен

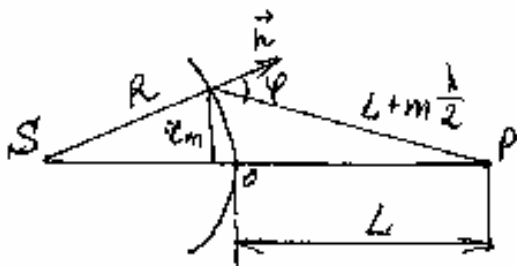


Рис. 2.3

$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda RL}{R+L}} \quad (2.3)$$

Площади зон примерно одинаковы, однако с ростом номера зоны увеличивается расстояние от зоны до точки наблюдения  $P$ , а также уменьшается коэффициент  $k(\varphi)$  (см. ф-лу (2.1)); поэтому амплитуда колебания, создаваемого  $m$ -ой зоной в точке  $P$  монотонно уменьшается с ростом  $m$ :

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots$$

Приближенно можно считать  $A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$ . Учитывая, что колебания от соседних зон находятся в противофазе, амплитуду результирующего колебания в точке  $P$  можно представить в виде

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Если между источником и точкой  $P$  нет непрозрачных преград, то все слагаемые в скобках равны нулю и получим  $A = \frac{A_1}{2}$  - амплитуда, создаваемая полностью открытой волновой поверхностью в два раза меньше амплитуды при открытой только первой зоне Френеля.

Рассмотрим теперь этот вопрос, используя метод векторного сложения колебаний. Разобьем волновую поверхность на элементарные кольцевые зоны так, чтобы расстояние от краев зон до точки  $P$ , отличалось на одинаковую малую долю  $\lambda$ . Колебание, создаваемое каждой элементарной зоной в точке  $P$  изобразится в виде элементарного вектора (рис. 2.4). При переходе от зоны к зоне разность фаз колебаний остается постоянной, а амплитуда медленно убывает. Поэтому векторы, изображающие колебания, располагаются вдоль кривой, близкой к окружности, которая представляет собой спираль, медленно закручивающуюся к центру окружности.



Рис. 2.4

Длина вектора  $A$  соответствует результирующей амплитуде в точке  $P$ . На рис. 2.5 представлено такое сложение для ряда случаев а) – открыта только 1-я зона Френеля; б) 1-я и 2-я зоны; в) 1-я, 2-я и 3-я зоны, г) закрыта 1-я зона, остальные открыты; д) открыта внутренняя половина 1-ой зоны; е) – открыты все зоны. На рис. 5.5. стрелочками показаны только первое и последнее из складываемых колебаний.

Рис.2.5 позволяет сделать следующие заключения: Когда открыта только первая зона Френеля, амплитуда в точке  $P$  в два раза больше,

чем при полностью открытой волновой поверхности ( $A_1 = 2A_0$ ), а интенсивность в четыре раза больше.

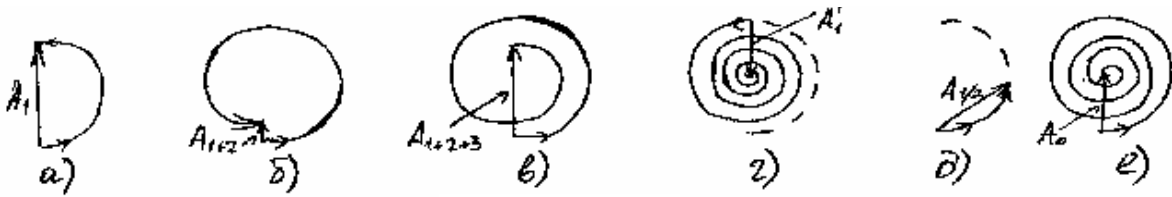


Рис. 2.5

При четном числе открытых зон Френеля интенсивность света в точке  $P$  минимальна и в центре дифракционной картины наблюдается темное пятно. Когда открыто нечетное число зон Френеля, в точке  $P$  интенсивность максимальна и наблюдается светлое пятно. Наибольшая интенсивность будет при одной открытой зоне.

Если между источником света и точкой  $P$  расположен круглый непрозрачный экран, в точке  $P$  будет светлое пятно, независимо от того, сколько зон закрывает экран (пятно Пуассона). В этом случае интенсивность в точке  $P$  монотонно уменьшается с увеличением радиуса непрозрачного экрана. При достаточно большом радиусе экрана пятно Пуассона незаметно и наблюдается просто геометрическая тень экрана. При увеличении числа открытых зон Френеля разность амплитуд для случая четного и нечетного числа зон уменьшается. При достаточно большом числе открытых зон эта разница сглаживается и результирующая амплитуда близка к  $A_0$ , независимо от числа открытых зон.

Это говорит о том, что при широких диафрагмах также, как и в случае непрозрачных дисков большого размера, дифракционные явления не проявляются, и мы имеем дело с законами геометрической оптики.

### Дифракция Фраунгофера и дифракция Френеля.

В зависимости от способа наблюдения дифракционной картины различают дифракцию Фраунгофера и дифракцию Френеля.

Дифракция Фраунгофера наблюдается, когда на преграду падает параллельный пучок лучей, а дифракционная картина наблюдается в фокальной плоскости линзы или на бесконечности. В этом случае в точке наблюдения сходятся параллельные лучи от вторичных источников.

В противном случае, когда в точку наблюдения приходят лучи, идущие под разными углами, наблюдается дифракция Френеля. Пусть на отверстие в непрозрачном экране падает параллельный пучок света. В том случае радиус волновой поверхности  $R \rightarrow \infty$ , и из формулы (2.3) следует



$$r_m = \sqrt{m\lambda L} \quad (2.4)$$

$$m = \frac{r_m^2}{\lambda L} \quad (2.5)$$

Посмотрим, как изменяется характер дифракционной картины с изменением размера отверстия при фиксированном расстоянии  $L$  от отверстия до места наблюдения картины. При широком отверстии, когда оно открывает много зон Френеля, мы получим геометрическое изображение отверстия. Уменьшим размер отверстия так, чтобы в нем укладывалось несколько зон Френеля. Теперь наблюдается дифракционная картина в виде концентричных темных и светлых колец. При уменьшении радиуса отверстия в центре картины будут чередоваться максимумы и минимумы интенсивности света. Это соответствует дифракции Френеля. При дальнейшем уменьшении размера отверстия мы перейдем к случаю, когда оно открывает только часть первой зоны Френеля.

В центре картины теперь все время наблюдается максимум интенсивности, причем ширина этого максимума увеличивается при уменьшении радиуса отверстия. Когда радиус отверстия составит малую долю первой зоны Френеля, лучи, приходящие в точку наблюдения от всех точек отверстия, будут практически параллельными между собой, что соответствует дифракции Фраунгофера.

Таким образом, характер дифракции определяется величиной

$$m = \frac{r^2}{\lambda L}.$$

Если

$$\frac{r^2}{\lambda L} \begin{cases} \gg 1 - \text{геометрическая оптика} \\ 1 - \text{дифракция Френеля} \\ \ll 1 - \text{дифракция Фраунгофера} \end{cases} \quad (2.6)$$

Критерий (2.6) относится не только к случаю круглого отверстия, но имеет более общий характер. Например, для длинной щели шириной  $b$  характер дифракции определяется величиной  $\frac{b^2}{\lambda L}$ .

### **Дифракция Фраунгофера на щели.**

Пусть плоская однородная волна падает нормально на длинную щель ширины  $b$ . Дифракционную картину будем наблюдать в

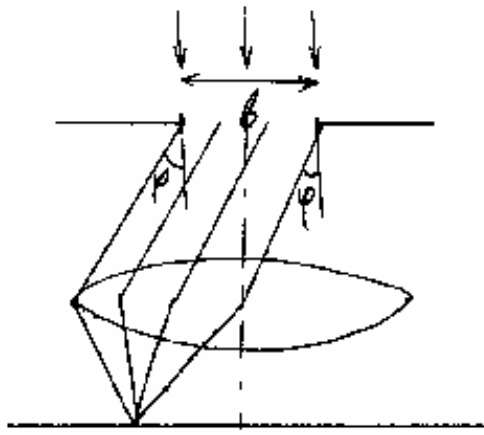


Рис. 2.6

фокальной плоскости линзы, помещенной за щелью, или на расстоянии  $L \gg \frac{b^2}{\lambda}$  от щели. Если длина щели значительно больше ее ширины, в любой плоскости, перпендикулярной щели, будет наблюдаться одинаковая картина. Поэтому достаточно исследовать ход лучей в одной такой плоскости. Согласно принципу Гюйгенса – Френеля каждая точка щели является источником вторичных волн. Найдя результат интерференции вторичных волн, распространяющихся под углом дифракции  $\varphi$  (см. рис. 2.6), получим распределение интенсивности света в дифракционной картине от щели (задача 2.9):

$$I = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)^2}. \quad (2.7)$$

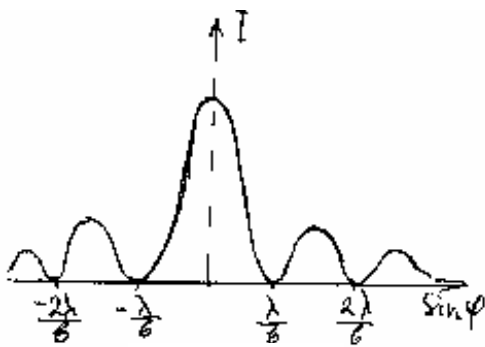


Рис. 2.7

График функции  $I(\sin \varphi)$  представлен на рис. 2.7. Минимумы интенсивности наблюдаются под углами дифракции, удовлетворяющими соотношению

$$b \sin \varphi = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.8)$$

Для максимумов интенсивности из (2.7) получается трансцендентное

уравнение  $\operatorname{tg} \alpha = \alpha$ , где  $\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$ .

Корни этого уравнения определяют углы, под которыми наблюдаются центральный и боковые максимумы. Из (2.7) следует, что отношение интенсивностей центрального и боковых максимумов равно  $I_0 : I_1 : I_2 \dots = 1 : 0,045 : 0,016$

Приближенно можно считать, что максимумы имеют место при условии

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (2.9)$$

### Дифракция Фраунгофера на решетке.

Дифракционная решетка представляет собой совокупность некоторого (обычно большого) числа одинаковых параллельных щелей. Расстояние  $d$  между серединами соседних щелей называется периодом,

или постоянной решетки:  $d = a + b$ , где  $a$  - ширина непрозрачного промежутка между щелями,  $b$  - ширина каждой щели.

Пусть на такую решетку нормально падает плоская волна с длиной волны  $\lambda$ . Дифракционную картину будем наблюдать в фокальной плоскости линзы или на достаточно большом расстоянии от решетки (рис. 2.8).

В каждой точке  $P$  результирующее световое колебание является суммой  $N$  ( $N$  - число щелей решетки) колебаний с одинаковой амплитудой  $A_\varphi$ , создаваемых каждой из  $N$  щелей решетки. Эти колебания сдвинуты по фазе друг относительно друга на одинаковую величину  $\alpha$ . В задаче 1.3 методом векторного сложения колебаний для этого случая найдена результирующая амплитуда

$$A = \frac{A_\varphi \sin\left(\frac{N\alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}}.$$

Из рис. 2.8 следует  $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$ ,

где  $\varphi$  - угол дифракции.

Амплитуда  $A_\varphi$ , создаваемая одной щелью в направлении угла  $\varphi$ , получена в задаче (2.9) :

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi},$$

Подставив это выражение в формулу для амплитуды результирующего колебания и возведя в квадрат, найдем распределение интенсивности при дифракции Фраунгофера на решетке.

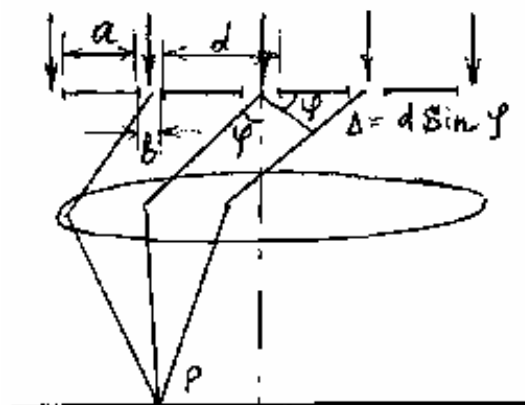


Рис. 2.8

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \right]^2 \left[ \frac{\sin \left( \frac{N \pi d}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\sin \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi \right)} \right]^2 \quad (2.10)$$

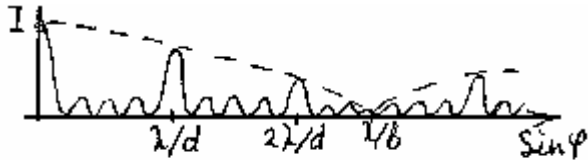


Рис. 2.9

График функции  $I(\sin \varphi)$  представлен на рис. 2.9. Этот график симметричен относительно вертикальной оси, и на рис. 2.9 изображена его

половина. Пунктирной кривой показано распределение интенсивности в дифракционной картине от одной щели.

При углах дифракции, удовлетворяющих соотношению (2.8), амплитуда  $A_\varphi$  от каждой щели равна нулю. Под этими углами будут минимумы интенсивности и при дифракции на решетке

$$b \sin \varphi = k\lambda, \quad k = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.11)$$

Последний сомножитель в (2.10) имеет максимумы при условии

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.12)$$

Эти максимумы называются главными максимумами, а число  $m$  - порядком максимума, или порядком спектра. При условии (2.12) колебания от всех щелей складываются в одинаковой фазе, и  $A = NA_\varphi$ , следовательно,  $I \sim N^2$ .

Последний сомножитель в (2.10) имеет минимумы при условии

$$d \sin \varphi = \frac{k'}{N} \lambda, \quad k' = \pm 1, \pm 2, \pm \dots, \pm (N-1), \pm (N+1), \dots \quad (2.13)$$

Эти минимумы называются добавочными. Между двумя соседними главными максимумами расположено  $N-1$  добавочных минимумов. Между добавочными минимумами расположены добавочные максимумы. Эти максимумы существенно слабее главных максимумов и при большом числе  $N$  практически не видны. Между соседними главными максимумами находятся  $N-2$  добавочных максимума.

Положение главных максимумов не зависит от числа щелей (см. 2.12), ширина же их определяется числом  $N$ , чем больше  $N$ , тем более узкими оказываются главные максимумы. Из формулы (2.12) следует,

что главные максимумы для волн с разной длиной волны  $\lambda$  образуются под разными углами.

Таким образом, если на решетку падает свет, содержащий несколько спектральных компонентов, решетка разложит этот свет в спектр. В пределах одного порядка компоненты с меньшей длиной волны расположатся ближе к центру дифракционной картины, длинноволновые компоненты дальше от центра.

Характеристиками решетки как спектрального прибора являются угловая дисперсия  $D$  и разрешающая способность  $R$ . Угловая дисперсия определяется как угловое расстояние между двумя близкими спектральными линиями, отнесенное к разности длин волн этих линий:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (2.14)$$

Из (2.12) следует  $d \cos \varphi d\varphi = m d\lambda$ , откуда

$$D = \frac{m}{d \cos \varphi} \quad (2.15)$$

Разрешающей способностью называют величину

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (2.16)$$

где  $\delta\lambda$  - наименьшая разность длин волн линий, которые видны в спектре отдельно.

По критерию Рэля две близкие линии еще видны отдельно (разрешаются решеткой), если максимум одной из них совпадает с минимумом (ближайшим к главному максимуму) другой (рис. 2.10). В этом случае между линиями образуется еще заметный провал интенсивности. При разности длин волн соседних линий, меньших  $\delta\lambda$ , эти линии воспринимаются как одна. Из критерия Рэля и соотношений (2.12) и (2.13) следует

$$m(\lambda + \delta\lambda) = \left(m + \frac{1}{N}\right)\lambda,$$

откуда

$$R = mN \quad (2.17)$$

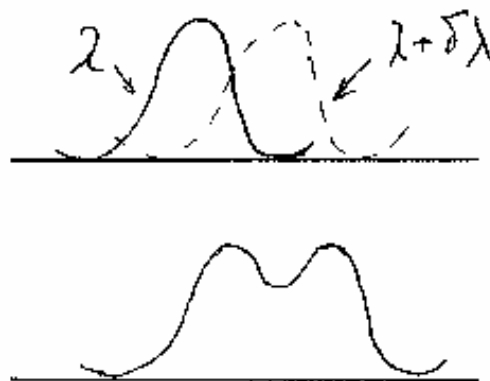


Рис. 2.10

## Дифракция рентгеновских лучей на кристаллической решетке.

Атомы в кристаллах расположены в правильном геометрическом порядке, образуя трехмерную периодическую структуру. Период этой структуры  $d \approx 10^{-10}$  м. Для наблюдения максимумов ненулевого порядка необходимо, чтобы выполнялось условие  $d > \lambda$  (см. ф-лу (2.12)). Этому требованию при  $d \approx 10^{-10}$  м удовлетворяют рентгеновские лучи.

Наиболее простым методом рассмотрения дифракции на кристаллической решетке является метод Вульфа – Брэггов. Он заключается в следующем. Если плоская волна падает на кристаллическую решетку, она будет рассеиваться атомами (узлами) решетки, образуя вторичные волны. Проведем через узлы решетки систему параллельных равноотстоящих плоскостей (рис. 2.11). Огибающая вторичных волн, рассеянных атомами одной кристаллической плоскости, образует плоскую волну, отраженную от этой плоскости по закону зеркального отражения.

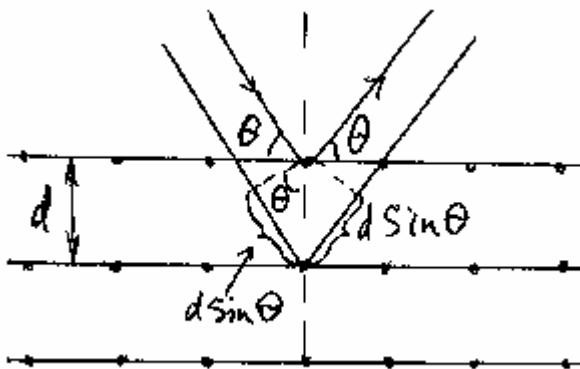


Рис. 2.11

Система параллельных плоскостей даст систему когерентных плоских волн. При интерференции этих волн максимумы интенсивности будут наблюдаться при условии, что разность хода волн, отраженных от соседних плоскостей, кратна длине волны. Из рис. 2.11 легко получить, что разность хода двух волн, отраженных от соседних плоскостей, равна  $\Delta = 2d \sin \theta$ , где  $\theta$  - так называемый угол скольжения. Условие максимумов

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.18)$$

называется формулой Вульфа – Брэггов.

Системы параллельных плоскостей можно провести в кристалле множеством способов. Каждая система при выполнении условия (5.18) даст свой максимум. Однако не все максимумы будут иметь заметную интенсивность. Чем меньше плотность атомов на кристаллической плоскости, тем слабее соответствующий максимум.

## Примеры решения задач.

**Задача 2.1.** Получить формулу (2.3) для радиуса  $m$ -ой зоны Френеля. Показать, что площади зон примерно одинаковы.

Решение. Внешняя граница  $m$ -ой зоны отстоит от точки наблюдения  $P$  на расстояние  $L + m \frac{\lambda}{2}$  (см. рис. 2.12). Из треугольников  $SAB$  и  $ABP$  рис. 2.12 видно, что

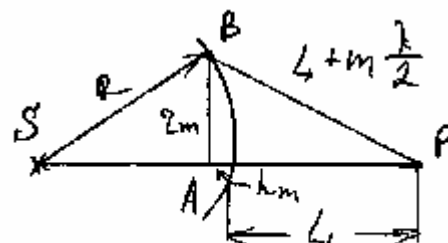


Рис. 2.12

$$r_m^2 = R^2 - (R - h_m)^2 = (L + m \frac{\lambda}{2})^2 - (L + h_m)^2$$

Раскрыв скобки, получим

$$r_m^2 = 2Rh_m - h_m^2 = mL\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - 2Lh_m - h_m^2,$$

откуда следует

$$h_m = \frac{mL\lambda + m^2 \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2}{2(R + L)}$$

При не очень больших значениях  $m$  вторым слагаемым в числителе можно пренебречь и тогда получим

$$h_m = \frac{mL\lambda}{2(R + L)}.$$

А пренебрегая в выражении  $r_m^2 = 2Rh_m - h_m^2$  малой величиной  $h_m^2$ , получим

$$r_m = \sqrt{\frac{RLm\lambda}{R + L}}.$$

Площадь  $m$ -ой зоны равна разности площадей сферических сегментов, имеющих высоты  $h_m$  и  $h_{m-1}$ :

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1}.$$

Используя выражение для площади сегмента  $S = 2\pi R h$  и найденное выражение для высоты сегмента  $h$ , получим  $S_m = \frac{\pi RL \lambda m}{(R + L)}$ , а площадь зоны

$$\Delta S = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi R L \lambda}{R + L}.$$

Как следует из этого соотношения, для не слишком больших  $m$  площадь зоны не зависит от  $m$ , то есть площади зон примерно равны.

**Задача 2.2.** На диафрагму с круглым отверстием радиуса  $r = 2\text{мм}$  падает нормально параллельный пучок света с длиной волны  $\lambda = 0,5\text{мкм}$ . На экране, отстоящем от отверстия на расстояние  $b = 1\text{м}$ , наблюдается дифракционная картина. Сколько зон Френеля открывает отверстие для точки  $P$  - центра дифракционной картины? Светлое или темное пятно получается в точке  $P$ ? На каком расстоянии от отверстия центр дифракционной картины будет наиболее светлым? Наиболее темным?

Решение. В случае плоской волны, падающей на диафрагму, радиус  $m$ -ой зоны Френеля равен (2.4)  $r_m = \sqrt{\lambda b m}$ , откуда  $m = \frac{r^2}{\lambda b}$ .

Подставив числа, получим  $m = 8$ . В отверстии укладывается 8 зон Френеля. При четном числе зон в центре дифракционной картины образуется темное пятно.

Наиболее светлое в центре картины получится, если отверстие открывает одну зону Френеля (рис. 2.5а). Соответствующее расстояние

$$b_1 = \frac{r^2}{\lambda} = 8\text{м}.$$

Наиболее темное пятно образуется при  $m = 2$  (рис. 2.5,б), при этом

$$b_2 = \frac{r^2}{2\lambda} = 4\text{м}.$$

**Задача 2.3.** Точечный источник света ( $\lambda = 550\text{нм}$ ) помещен на расстоянии  $a = 1,00\text{м}$  перед непрозрачной преградой с отверстием радиуса  $r = 2,00\text{мм}$ . При этом отверстие открывает полностью  $k$  зон Френеля. Чему равно минимальное значение  $k$ ? При каком расстоянии преграды до точки наблюдения оно (минимальное  $k$ ) получится?

Решение. Из формулы (2.3) можно получить  $k = \frac{r^2}{a\lambda} \left(1 + \frac{a}{b}\right)$ .



Подставив данные задачи, получим  $k = 7,27\left(1 + \frac{a}{b}\right)$ , откуда  $k_{\min} = 8$ .

Подставив в последнее соотношение  $k = k_{\min} = 8$ , найдем  $\frac{a}{b} = 0,1$ ;  
 $b = 10\text{ м}$ .

**Задача 2.4.** Непрозрачный экран, имеющий форму полудиска, помещен между точечным источником  $S$  и точкой наблюдения  $P$  таким образом, что точка  $O$  располагается на одной прямой с точками  $S$  и  $P$ . Радиус  $r$  равен радиусу третьей зоны Френеля для точки  $P$ . Какова интенсивность света в точке  $P$ ?

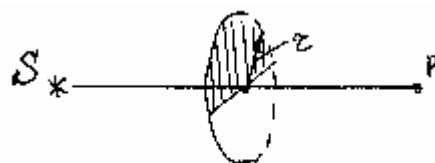


Рис. 2.13

Решение. Амплитуда колебаний в точке  $P$  равна:

$$\begin{aligned} A &= \frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{2} + \frac{A_3}{2} - A_4 + A_5 + \dots = \\ &= \left(\frac{A_1}{2} - \frac{A_2}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \left(\frac{A_5}{2} - A_6 + \frac{A_7}{2}\right) + \dots \end{aligned}$$

Поскольку  $A_1 \approx A_2$  и  $A_m \approx \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$ , то каждая скобка близка к нулю; получаем  $A \approx 0$ . В точке  $P$  будет минимум интенсивности.

Решим эту задачу методом построения векторной диаграммы (рис.2.14).

Вектор  $\vec{A}_3$  представляет результирующее колебание, когда полностью открыты только первые три зоны Френеля. Непрозрачный полудиск уменьшает амплитуду  $A_3$  в два раза (вектор  $\vec{A}'_3$ ). Остальная часть волновой поверхности, начиная с четвертой зоны, создает в точке  $P$  колебание, представляемое вектором  $\vec{A}'_0$ .

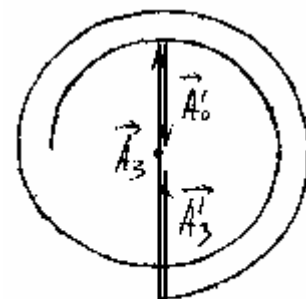


Рис. 2.14

Вектор результирующего колебания в точке  $P$   
 $\vec{A} = \vec{A}'_3 + \vec{A}'_0 \approx 0$ .

**Задача 2.5.** Между точечным источником света и точкой наблюдения  $P$  расположена преграда с круглым отверстием, открывающим для точки наблюдения одну зону Френеля. При этом интенсивность света в точке  $P$  равна  $I_1$ . Во сколько раз нужно уменьшить радиус отверстия, чтобы интенсивность света в точке  $P$  стала  $I_1/4$ .

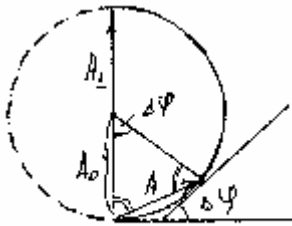


Рис. 2.15

Решение. На векторной диаграмме рис. 2.15 одной открытой зоне Френеля соответствует вектор  $\vec{A}_1 : \vec{A}_1 = 2\vec{A}_0$ , где  $A_0$  - амплитуда колебания при полностью открытой волновой поверхности:  $I_0 = \frac{I_1}{4}$ . Следовательно, при уменьшении радиуса отверстия результирующая амплитуда  $A = A_0$ .

Этому соответствует угол  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ . Теперь нужно найти такой радиус  $r$  отверстия, чтобы разность фаз в точке  $P$  колебаний, создаваемых центром и краем отверстия, составляла  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{3}$ .

Из рис. 2.16:  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(\rho - L)$  и  $(\rho - L) = \frac{\lambda}{6}$ .

Также из построения на рис. 2.16 имеем

$$R^2 - (R - x)^2 = \rho^2 - (L + x)^2; \quad 2Rx = \rho^2 - 2Lx - L^2;$$

$$x = \frac{\rho^2 - L^2}{2(R + L)} = \frac{(\rho - L)(\rho + L)}{2(R + L)}$$

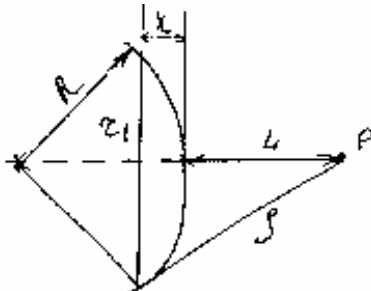


Рис. 2.16

Поскольку  $(\rho - L) < \lambda$ , можно положить  $\rho + L \approx 2L$ ; далее

$$r^2 = R^2 - (R - x)^2 = 2Rx - x^2;$$

пренебрегая в последнем соотношении малой величиной  $x^2$ , получим  $r^2 = 2Rx$ .

Подставим сюда найденное выражение для  $x$ :

$$r^2 = \frac{2RL(\rho - L)}{R + L},$$

откуда, учитывая, что радиус первой зоны равен

$$r_1 = \sqrt{\frac{\lambda LR}{R+L}},$$

найдем  $r^2 = \frac{2(\rho - L)}{\lambda} r_1^2.$

Используя  $(\rho - L) = \frac{\lambda}{6}$ , получим  $r^2 = \frac{r_1^2}{3}; r = \frac{r_1}{\sqrt{3}}.$

Радиус отверстия надо уменьшить в 1,73 раза.

**Задача 2.6.** Плоская световая волна интенсивностью  $I_0$  с длиной волны  $\lambda$  падает нормально на круглое отверстие радиуса  $r$ . Найти интенсивность в центре дифракционной картины на экране, отстоящем на расстоянии  $b$  от отверстия ( $b \gg r$ ).

Решение. Мысленно расширим отверстие до  $r \rightarrow \infty$ . Тогда интенсивность в точке  $P$ , как и во всех других точках, будет равна  $I_0$ ; соответствующую амплитуду колебаний обозначим  $A_0$ . (рис.2.17). Это колебание есть результат сложения колебаний от всех вторичных источников, расположенных на бесконечной плоской волновой поверхности, проходящей через плоскость отверстия.

Соответствующая векторная диаграмма показана на рис. 2.18. При сложении всех колебаний получается вектор  $\vec{A}_0$ . Теперь ограничим отверстие заданным радиусом  $r$ . Разность фаз колебаний от точек  $B$  и  $O$  (рис. 2.17) равна

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(\rho - b);$$

$$\rho^2 - b^2 = r^2; \quad \rho - b = \frac{r^2}{\rho + b}.$$

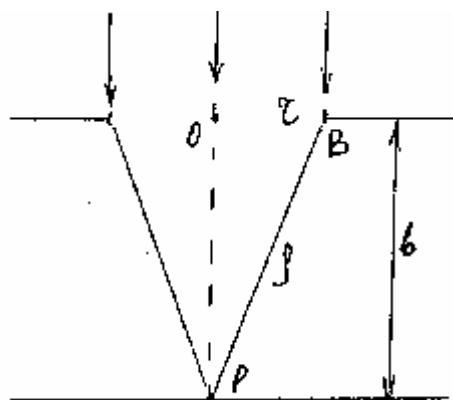


Рис. 2.17



Рис. 2.18

При  $r \ll b$

$$\rho + b \approx 2b \text{ и } \Delta\varphi = \frac{2\pi r^2}{\lambda 2b}$$

При сложении колебаний от вторичных источников, расположенных в пределах круга радиуса  $r$ , получим колебание, изображаемое вектором  $\vec{A}$ . Из построения на рис. 2.18 следует:

$$A = 2A_0 \sin \frac{\Delta\varphi}{2}; \quad A = 2A_0 \sin \frac{\pi r^2}{2\lambda b}; \quad I = 4I_0 \sin^2 \left( \frac{\pi r^2}{2\lambda b} \right).$$

**Задача 2.7.** Плоская световая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на поверхность непрозрачного экрана, имеющего форму, показанную на рис. 2.19. На белой стене, параллельной плоскости экрана, наблюдается дифракционная картина. Найти интенсивность



Рис. 2.19

света в точке  $P$  на стене, являющейся проекцией точки  $O$ . Радиус полукруглой выемки  $r$ , расстояние между экраном и стеной  $b$ , длина волны света  $\lambda$ .

Решение. Колебания в точке  $P$  возникают в результате интерференции волн от вторичных источников, расположенных на открытой части волновой поверхности, проходящей через плоскость экрана. Эту открытую часть будем считать состоящей из круга радиуса  $r$  и полуплоскости с полукруглой выемкой радиуса  $r$ .

Результирующее колебание (вектор  $\vec{A}$  на рис. 2.20) найдем как сумму колебаний от источников на круге

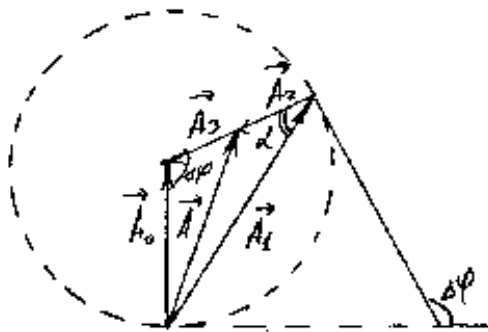


Рис. 2.20

и на полуплоскости (вектор  $\vec{A}_2$ ):  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ .

Воспользуемся решением задачи 2.6, где для величины вектора  $\vec{A}_1$  найдено выражение:

$$\vec{A}_1 = 2A_0 \sin \frac{\pi r^2}{2\lambda b}.$$

Для отыскания вектора  $A_2$  примем во внимание, что при полностью открытой волновой

поверхности мы получим в точке  $P$  колебание, изображаемое вектором  $\vec{A}_0$  (ему соответствует интенсивность  $I_0$ ), причем это колебание можно рассматривать как сумму колебаний от круга (вектор  $\vec{A}_1$ ) и от остальной части плоскости (вектор  $\vec{A}_3$ )  $\vec{A}_0 = \vec{A}_1 + \vec{A}_3$ . Модуль  $A_3 = A_0$  (см. рис. 2.20). Вектор  $\vec{A}_2$  представляет колебание от полуплоскости, следовательно, направлен так же, как  $\vec{A}_3$ , но вдвое меньше его по модулю  $A_2 = \frac{A_3}{2} = \frac{A_0}{2}$ . Результирующую амплитуду найдем по теореме косинусов

$$A^2 = A_2^2 + A_1^2 - 2A_1A_2\cos\alpha, \quad \text{где } \alpha = \frac{\pi - \Delta\varphi}{2}.$$

В задаче 2.6 найдено  $\Delta\varphi = \frac{\pi r^2}{\lambda b}$

Учитывая, что  $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = \sin\frac{\Delta\varphi}{2}$ , получим

$$A^2 = \frac{A_0^2}{4} + 4A_0^2 \sin^2\left(\frac{\pi r^2}{2\lambda b}\right) - 2\frac{A_0}{2} \cdot 2A_0 \sin^2\left(\frac{\pi r^2}{2\lambda b}\right)$$

Отсюда следует

$$I = I_0 \left[ \frac{1}{4} + 2 \sin^2\left(\frac{\pi r^2}{2\lambda b}\right) \right].$$

**Задача 2.8.** Свет с длиной волны  $\lambda$  падает нормально на поверхность стеклянного диска, который перекрывает полторы зоны Френеля для точки наблюдения  $P$ . При какой толщине этого диска интенсивность света в точке  $P$  будет максимальной? Показатель преломления стекла  $n$ .

Решение. Уберем диск и построим векторную диаграмму колебаний в точке  $P$  (рис. 2.21). Результирующее колебание изобразится вектором  $\vec{A}_0$ .

Теперь выполним это построение в два этапа: сначала сложим колебания, соответствующие первым полутора зонам

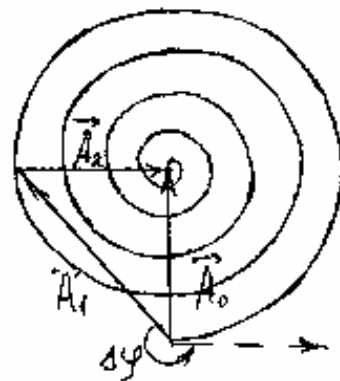


Рис. 2.21

Френеля. Получим вектор  $\vec{A}_1$ . Затем сложим колебания соответствующие остальной части волновой поверхности. Это даст вектор  $\vec{A}_2$ . Очевидно  $\vec{A}_1 + \vec{A}_2 = \vec{A}_0$ . Теперь поставим диск, закрывающий полторы зоны Френеля. Дополнительный по сравнению с воздухом оптический путь в стекле составляет  $h(n-1)$ , где  $h$  - толщина диска. Это дает дополнительный сдвиг по фазе для волны прошедшей сквозь диск:  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1)$ . На векторной диаграмме сдвиг по фазе соответствует повороту вектора  $\vec{A}_1$  против часовой стрелки на угол  $\Delta\varphi$ . Максимальная амплитуда результирующего колебания  $A_{max} = A_2 + A_1$  получится, если вектор  $\vec{A}_1$  окажется сонаправленным с вектором  $\vec{A}_2$ . Это выполнится при условии  $\Delta\varphi = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m$ , где  $m = 0, 1, 2, \dots$

$$\text{Следовательно, } \frac{2\pi}{\lambda} h(n-1) = \frac{5\pi}{4} + 2\pi m .$$

$$\text{Окончательно получаем } h = \frac{(2m + 5/4)\lambda}{2(n-1)} .$$

**Задача 2.9.** С помощью векторного сложения колебаний получить формулу (2.7) для распределения интенсивности в дифракционной картине при дифракции Фраунгофера на щели.

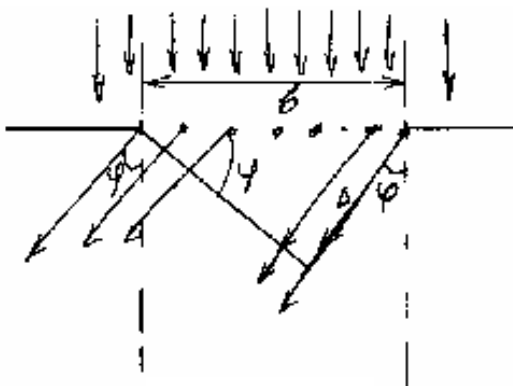


Рис. 2.22

Решение. Пусть плоская волна падает нормально на щель ширины  $b$ . Разобьем щель на элементарные полоски одинаковой ширины, параллельные краям щели (рис. 2.22). Каждая элементарная полоска создает в произвольном направлении  $\varphi$  вторичную волну. Вторичные волны интерферируют в бесконечно удаленной точке или в некоторой точке  $P$  фокальной

плоскости линзы (рис. 2.6).

Найдем результат интерференции вторичных волн методом векторного сложения колебаний. Каждая элементарная волна создает в точке  $P$  свое колебание. Амплитуды всех этих колебаний одинаковы, а разности фаз колебаний от соседних элементарных полосок равны между собой.

При  $\varphi=0$  все элементарные колебания складываются в одной фазе (рис. 2.23а). Поэтому на векторной диаграмме все элементарные векторы выстраиваются вдоль одной линии. Длину результирующего вектора обозначим  $A_0$ .

При  $\varphi \neq 0$  между колебаниями от соседних полосок возникает постоянная разность фаз, зависящая от угла  $\varphi$ . На векторной диаграмме цепочка векторов располагается по дуге некоторой окружности радиуса  $R$  с центром в точке  $O$ .

Если пренебречь зависимостью элементарных амплитуд от угла  $\varphi$  (то есть множителем  $k(\varphi)$  в формуле (2.1)), то длина дуги  $BD$  будет равна  $A_0$ . Из рис. 2.22 следует, что разность хода от крайних элементов щели равна

$$\Delta = b \sin \varphi, \text{ а разность фаз } \Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \varphi.$$

Из построения на рис. 2.23 получим  $R = \frac{A_0}{\Delta\Phi}$ ;

$$A = 2R \sin \frac{\Delta\Phi}{2} = \frac{A_0 \sin \frac{\Delta\Phi}{2}}{\frac{\Delta\Phi}{2}}.$$

Подставив  $\Delta\Phi$  в последнее соотношение, найдем результирующую

$$\text{амплитуду } A = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi}.$$

Переходя к интенсивностям, получим

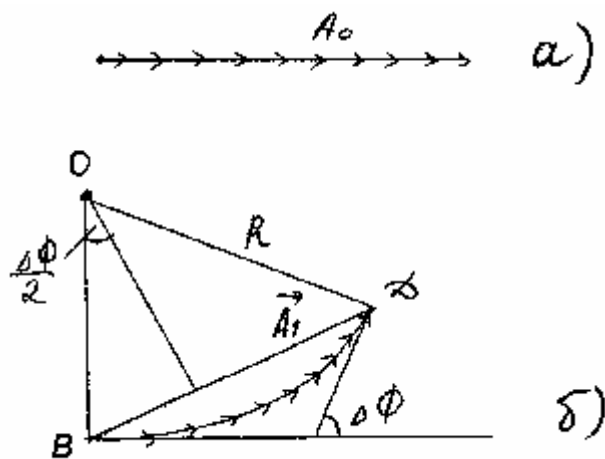


Рис. 2.23

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left( \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi \right)^2},$$

где  $I_0$  - интенсивность в центре дифракционной картины ( $\varphi=0$ ).

Заметим, что минимумам интенсивности соответствует такое сложение элементарных колебаний, при котором цепочка векторов замкнется, точка  $D$  совпадет с точкой  $B$  (рис. 2.23). Этому соответствует  $\Delta\Phi = 2\pi m$  и  $\Delta = m\lambda$ , где  $m = \pm 1, \pm 2, \dots$

**Задача 2.10.** Свет с длиной волны  $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$  падает на щель ширины  $b = 10 \text{ мкм}$  под углом  $\theta_0 = 30^\circ$  к её нормали. Найти угловое положение первых минимумов, расположенных по обе стороны от центрального Фраунгоферова максимума.

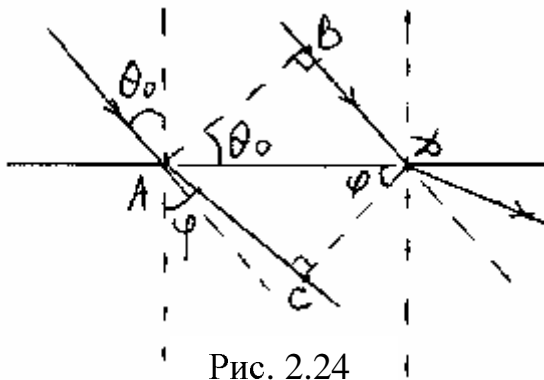


Рис. 2.24

Решение. Рассмотрим волну, распространяющуюся под некоторым углом дифракции  $\varphi$ . Найдем для этой волны разность хода лучей, прошедших через крайние точки щели ( $A$  и  $D$ ). До плоскости  $AB$  и после плоскости  $CD$  оптические пути лучей одинаковы. Таким образом, разность хода

$$\Delta = AC - BD = b \sin \varphi - b \sin \theta_0.$$

Когда  $\varphi = \theta_0$ , разность хода лучей, прошедших через точки  $A$  и  $D$  (а также и через все другие точки щели), равна 0; следовательно, под углом дифракции  $\varphi = \theta_0$  образуется центральный максимум. Условие первых (ближайших к центральному максимуму) минимумов (задача 2.9):

$$\Delta = \pm \lambda.$$

Для минимума справа от центрального максимума получим

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{b} + \sin \theta_0; \quad \sin \varphi = 0,55; \quad \varphi = 33,37^\circ.$$



Для другого (левого) минимума получим:

$$\sin \varphi = \sin \theta_0 - \frac{\lambda}{b}; \quad \sin \varphi = 0,45; \quad \varphi = 26,74^\circ.$$

**Задача 2.11.** Изобразить примерную дифракционную картину, возникающую при дифракции Фраунгофера от решетки из трех одинаковых щелей, если отношение периода решетки к ширине щели равно трем.

Решение. Главные максимумы наблюдаются под углами дифракции

$$d \sin \varphi = m \lambda. \quad (2.12)$$

Условие минимумов:

$$b \sin \varphi = k \lambda; \quad (2.11)$$

$$d \sin \varphi = k' \frac{\lambda}{N}. \quad (2.13)$$

Между главными максимумами расположены  $N-1$  минимумов, определяемых соотношением (2.13). В данном случае таких минимумов будет два.

Поскольку  $\frac{d}{b} = 3$ , условие (2.12) приобретает вид

$$3b \sin \varphi = m \lambda; \quad b \sin \varphi = \frac{m}{3} \lambda.$$

Когда  $m$  кратно трем, соответствующий максимум совпадает с минимумом, определяемым соотношением (2.11), и наблюдаться не будет. Таким образом, пропадет 3-й, 6-й, 9-й ... максимумы. Имеем распределение, показанное на рис. 2.25.

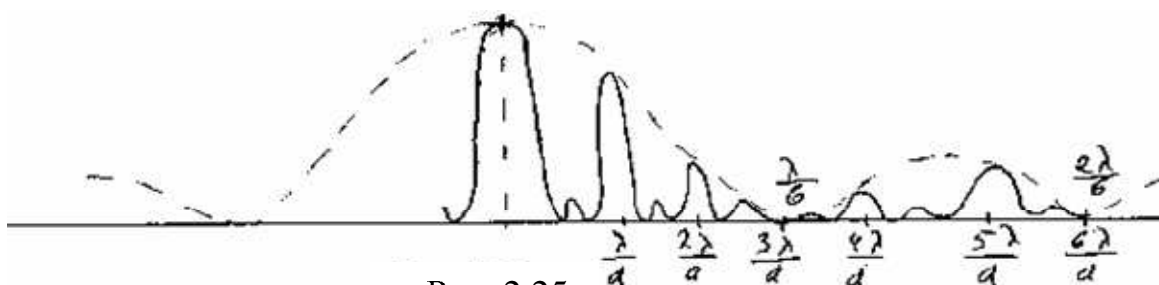


Рис. 2.25

**Задача 2.12.** Свет с  $\lambda = 600 \text{ нм}$  падает нормально на дифракционную решетку с периодом  $d = 3,0 \text{ мкм}$ , содержащую  $N = 20000$  штрихов. Найти угловую ширину максимума второго порядка.

Решение. Запишем условие двух минимумов, ближайших к максимуму  $m$ -го порядка (см. (2.13));

$$d \sin \varphi_1 = m\lambda - \frac{\lambda}{N}, \quad d \sin \varphi_2 = m\lambda + \frac{\lambda}{N}.$$

Из этих соотношений получим

$$d(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = \frac{2\lambda}{N}; \quad 2 \sin \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \cos \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} = \frac{2\lambda}{Nd}.$$

При большом  $N$  величина  $\delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1)$  мала, и  $\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} = \varphi$  ( $\delta\varphi$  есть угловая ширина максимума  $m$ -го порядка;  $\varphi$  - угол дифракции, под которым наблюдается максимум  $m$ -го порядка);

$$\delta\varphi \cos \varphi = \frac{2\lambda}{dN}, \quad \text{откуда, учитывая } d \sin \varphi = m\lambda, \text{ получим:}$$

$$\delta\varphi = \frac{2\lambda}{dN \sqrt{1 - \frac{4\lambda^2}{d^2}}} = \frac{1}{N \sqrt{\left(\frac{d}{2\lambda}\right)^2 - 1}} = 1,1 \times 10^{-5}.$$

**Задача 2.13.** Свет падает нормально на дифракционную решетку ширины  $l = 6,5 \text{ см}$ , имеющую 200 штрихов на миллиметр. Исследуемый спектр содержит спектральную линию с  $\lambda = 670,8 \text{ нм}$ , которая состоит из двух компонент, отличающихся на  $\delta\lambda = 0,015 \text{ нм}$ . Найти:

- в каком порядке спектра эти компоненты будут разрешены;
- наименьшую разность длин волн, которую может разрешить эта решетка в области  $\lambda = 670,8 \text{ нм}$ .

Решение. Разрешающая способность решетки  $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$ . Число щелей  $N = l \cdot n$ , где  $n$  - число щелей на единицу длины. Подставив числа, получим  $m = \frac{\lambda}{n\delta\lambda} = \frac{670,8}{0,015 \cdot 65 \cdot 200} = 3,44$ .

Компоненты будут разрешены, начиная с четвертого порядка:  $m = 4$ .

Чтобы найти наименьшую  $\delta\lambda_{\min}$ , разрешаемую решеткой, нужно знать максимальный порядок спектра, даваемый решеткой для

указанной  $\lambda$ . Найдем  $m_{\max}$  из условия, что максимальный угол дифракции не может быть больше, чем  $\frac{\pi}{2}$ ,

$$d = m\lambda, \quad m = \frac{d}{\lambda} = \frac{10^4}{200 \cdot 6,70} = 7,46$$

(Здесь учтено, что  $d = \frac{1}{n}$ ).

Восьмой порядок для данной  $\lambda$  наблюдаться не будет,  $m_{\max} = 7$ ;

$$\delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{m_{\max} N} = \frac{\lambda}{m_{\max} nl} = 7,37 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$$

**Задача 2.14.** При прохождении пучка рентгеновских лучей с  $\lambda = 17,8 \text{ нм}$  через поликристаллический образец на экране, расположенном на расстоянии  $l = 15 \text{ см}$  от образца, образуется система дифракционных колец. Определить радиус светлого кольца, соответствующего второму порядку отражения от системы плоскостей с межплоскостным расстоянием  $d = 155 \text{ нм}$ .

Решение. Мельчайшие кристаллики, образующие поликристалл, расположены хаотично. Поэтому по любую сторону от падающего луча найдутся кристаллики, у которых заданная система кристаллических плоскостей составляет одинаковый угол с направлением падающего луча; другими словами, расположение кристаллических плоскостей симметрично относительно падающего луча.

Направления максимумов определенного порядка от заданной системы плоскостей образует конус с осью вдоль направления падающего луча.

На экране соответствующий максимум имеет вид светлого кольца (рис.2.26).

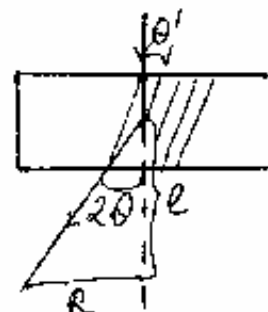


Рис. 2.26

По формуле (2.18) для максимума отражения 2-го порядка имеем

$$2d \sin \theta = 2\lambda, \quad \text{откуда} \quad \sin \theta = \frac{\lambda}{d}$$

Радиус кольца равен  $R = l \operatorname{tg} 2\theta$ .

Подставляя числа, получим

$$\begin{aligned} \sin \theta &= 0,1148, & \theta &= 6,59^\circ, \\ \operatorname{tg} 2\theta &= 0,234, & R &= 3,51 \text{ см}. \end{aligned}$$

**Задача 2.15.** Английские физики сын и отец Брэгги впервые измерили в 1913г. длину волны рентгеновских лучей. Опыты проводились с монокристаллом каменной соли  $NaCl$ , имеющей плотность  $\rho = 2,163 \frac{г}{см^3}$ . Кристаллическая ячейка соли имеет форму куба, в вершинах которого помещаются, чередуясь, ионы натрия и хлора. На основании этих данных Брэгги вычислили расстояние  $d$  между атомными плоскостями, параллельными внешним граням кристалла. Дифракционные максимумы при отражении от этих плоскостей Брэгги наблюдали при углах скольжения, равных  $5^{\circ}59'$ ,  $12^{\circ}3'$ ,  $18^{\circ}14'$ .  
Найти длину волны излучения, использованного Брэггами.

Решение. Концентрация молекул  $NaCl$

$$n = N_A \frac{\rho}{\mu}$$

Число атомов в ед. объёма -  $2n$ . Расстояние между атомными плоскостями

$$d = \frac{1}{\sqrt[3]{2n}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{2N_A\rho}{\mu}}}, \quad \mu_{Na} = 23 \frac{г}{моль}, \quad \mu_{Cl} = 35,5 \frac{г}{моль} :$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{58,5 \frac{г}{моль}}{2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{моль} \cdot 2,163 \frac{г}{см^3}}} = 0,282 нм$$

$$2d \sin \alpha_1 = k_1 \lambda$$

$$\frac{\sin \alpha_3}{\sin \alpha_1} = \frac{k_3}{k_1} = 3,00$$

$$2d \sin \alpha_2 = k_2 \lambda$$

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{k_2}{k_1} = 2,00$$

$$2d \sin \alpha_3 = k_3 \lambda$$

$$\sin 5^{\circ}59' = 0,10424$$

$$\sin 12^{\circ}3' = 0,20877$$

$$\sin 18^{\circ}14' = 0,31288$$

Т.к. максимумы последовательные  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = 2$ ,  $k_3 = 3$ .

$$\lambda = \frac{2d \sin \alpha_1}{k_1} = 2 \cdot 0,282 \cdot 0,1042 = 0,0588 нм$$

### III. Поляризация света.

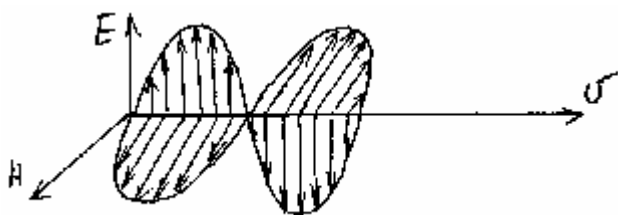
#### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ.

При изучении интерференции и дифракции не рассматривается поперечность световых колебаний. Однако поперечность световых волн приводит к зависимости свойств света от направления его распространения.

Если в некоторой области пространства распространяется электромагнитная волна, то, в каждой точке этой области в данный момент времени можно указать величину и направление трех векторов:  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{v}$ , перпендикулярных друг другу и образующих правую тройку, если смотреть вдоль вектора  $\vec{v}$ . Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  всегда лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, поэтому электромагнитные волны являются поперечными. В плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{v}$ , колебания векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  совершаются в некотором определенном направлении, и, следовательно, электромагнитная волна несимметрична относительно направления ее распространения. Это свойство асимметрии волны относительно направления распространения носит название поляризации.

Плоская волна называется линейно – поляризованной или плоскополяризованной, если электрический вектор  $\vec{E}$  все время имеет одно и то же направление.

Плоскость, образованная векторами  $\vec{E}$  и  $\vec{v}$ , называется плоскостью колебаний. Плоскость, содержащая вектора  $\vec{H}$  и  $\vec{v}$ , называется плоскостью поляризации.



Эти две плоскости взаимно перпендикулярны, а линия их пересечения совпадает с линией, вдоль которой распространяется волна.

В телах, служащих источниками света, свет испускается огромным количеством атомов. Излучение каждого атома представляет собой плоскополяризованную волну. Но плоскости колебаний в волнах, испускаемых различными атомами, а также их фазы различны. Кроме того, каждый атом начинает свой акт испускания с новым характером поляризации. Поэтому луч естественного света, распространяющегося от какого-либо источника, представляет собой совокупность лучей со всевозможными

фазами колебаний, поляризованных во всевозможных плоскостях, и характеризуются быстрой сменой фаз и ориентировкой векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ .

Большинство источников испускают свет, близкий к естественному. Однако имеется в настоящее время и источники почти монохроматического и поляризованного света – лазеры.

Способы получения поляризованного света из естественного основаны на явлениях поляризации света при отражении и преломлении на границе раздела диэлектриков и поляризации света при двойном преломлении в кристаллах.

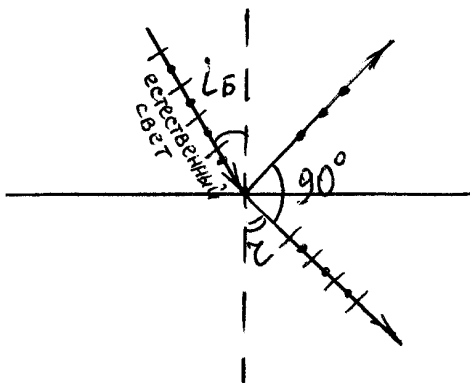
Явление отражения и преломления света на границе раздела двух прозрачных изотропных сред удовлетворительно объясняется в рамках электромагнитной теории Максвелла.

В общем случае при отражении естественного света от диэлектрика получается частично поляризованный свет, в котором имеется преимущество направление колебаний векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , но оно не является единственным. Однако, при определенном угле падения света  $i_B$ , который называется углом Брюстера, отраженный луч становится линейно – поляризованным. Угол Брюстера определяется соотношением

$$\operatorname{tgi}_B = n_{12} \quad (3.1)$$

При падении света под углом Брюстера, угол между отраженным и преломленным лучами равен  $90^\circ$ , а плоскость колебаний в отраженном свете перпендикулярна плоскости падения.

При преломлении естественного света наблюдается лишь частичная поляризации. Степень поляризации преломленного луча максимальна при падении света на диэлектрик под углом Брюстера. При этом в преломленном луче будет ровно столько поляризованного отраженном луче.



- - условное обозначение колебаний вектора  $\vec{E}$ , направленного перпендикулярно к плоскости падения;
- | - условное обозначение вектора  $\vec{E}$  в плоскости падения.

Чтобы достичь большей степени поляризации в преломленном световом луче, его пропускают под углом Брюстера через стопу прозрачных диэлектрических пластин, наложенных одна на другую (стопа Столетова).

Число пластин в стопе 8-10.

После прохождения естественного света через плоскую стопу свет становится практически полностью линейно – поляризованным. При этом плоскость колебаний в прошедшем свете совпадает с плоскостью падения.

Поляризация света происходит также при двойном преломлении в кристаллах.

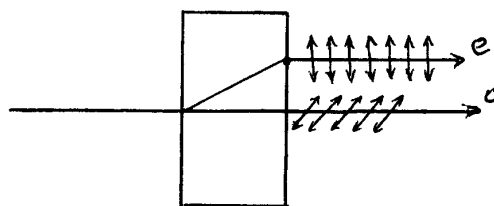
При прохождении света через большинство прозрачных кристаллов наблюдается явление, получившее название двойного лучепреломления. Оно заключается в том, что луч, падающий на кристалл, разделяется внутри кристалла на два луча, распространяющихся с разными скоростями и в разном направлении.

Двоякопреломляющие кристаллы бывают одноосные и двуосные. У одноосных кристаллов один из преломленных лучей подчиняется обычным законам преломления. Этот луч называется обыкновенным и обозначается буквой *O*. Для другого луча, называемого необыкновенным, и обозначаемого буквой (*e*), отношение синусов угла падения и угла преломления не остается постоянным при изменении угла падения. Даже при нормальном угле падения света на кристалл необыкновенный луч отклоняется от нормали.

Кроме того, необыкновенный луч не лежит, как правило, в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности.

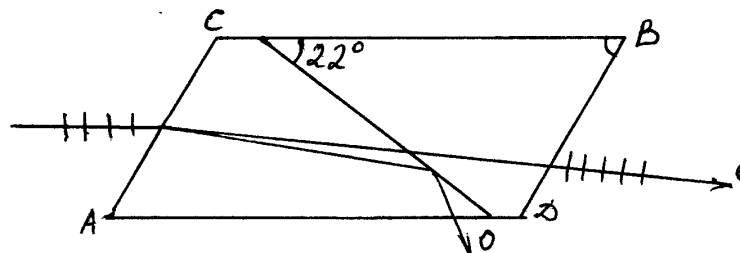
Направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь и с одинаковой скоростью, называется оптической осью кристалла.

Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется главным сечением, или главной плоскостью кристалла. Обыкновенный и необыкновенный луч полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна к главному сечению кристалла. В необыкновенном луче колебания светового вектора совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением. При выходе из кристалла обыкновенный и необыкновенные лучи отличаются друг от друга только направлением поляризации.



В некоторых кристаллах обыкновенный и необыкновенный лучи поглощаются по мере распространения неодинаково. Например, в кристалле турмалина обыкновенный луч быстро затухает, и на выходе из кристалла остается лишь необыкновенный луч, который является почти полностью поляризованным. Получить поляризованный свет с помощью двойного лучепреломления можно используя поляроиды. В качестве поляроида может служить прозрачная пленка, в которую вкрапливают много мелких кристаллов герпатита, оси которых параллельны между собой. Кристалл герпатита подобен турмалину, поэтому свет, прошедший через пленку, оказывается практически полностью линейно – поляризованным.

Исключение одного из лучей достигается применением поляризационных призм. Одной из таких призм является призма Николя (или просто николю). Призма Николя представляет собой кристалл исландского шпата, распиленный по диагонали и склеенный канадским бальзамом.



Грани естественного кристалла ошлифованы так, что острые углы его изменяются от  $71^\circ$  до  $68^\circ$ . Показатель преломления канадского бальзама ( $n_6 = 1,55$ ) лежит между значениями показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей:

$$n_e < n_6 < n_o.$$

Луч света, падающего на грань  $AC$  призмы Николя, разделяется на два луча – обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный луч, преломляющийся сильнее, падает на границу с канадским бальзамом под углом, величина которого больше предельного угла полного внутреннего отражения, и испытывает полное внутреннее отражение. Затем этот луч падает на боковую грань  $AD$  кристалла, покрытую черной краской и полностью поглощается.

Из призмы, таким образом, выходит лишь один плоскополяризованный луч.

Любой прибор, позволяющий из естественного света получить поляризованный, называется поляризатором. Прибор, позволяющий



отличить естественный свет от поляризованного, в последнем направлении колебаний вектора  $\vec{E}$  называется анализатором.

Поляризатор и анализатор взаимозаменяемы – один и тот же прибор может служить как поляризатором, так и анализатором.

Естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных электромагнитных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях и имеющих одинаковую интенсивность.

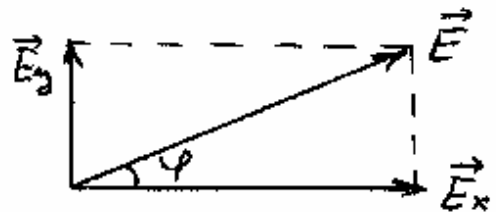
Рассмотрим два взаимно перпендикулярных колебания, совершающихся вдоль осей  $X$  и  $Y$  и отличающихся по фазе на  $\delta$ :

$$\begin{aligned} E_x &= E_{ox} \cos wt \\ E_y &= E_{oy} \cos(wt - \delta) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Результирующая напряженность является векторной суммой напряженностей  $E_x$  и  $E_y$

Как видно из рисунка,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{oy} \cos(wt + \delta)}{E_{ox} \cos wt} \quad (3.3)$$



Если  $\delta=0$  или  $\delta=\pi$ ,

$$\operatorname{tg} = \pm \frac{E_{oy}}{E_{ox}} = \operatorname{const}. \quad (3.4)$$

Следовательно, результирующее колебание совершается в фиксированном направлении – волна оказывается плоскополяризованной. Если  $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ , а амплитуда колебаний равны

$$E_{ox} = E_{oy}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} wt \quad (3.5)$$

Это означает, что плоскость колебаний поворачивается вокруг направления луча с угловой скоростью  $\omega$ , равной частоте колебаний.

В случае произвольного постоянного значения  $\delta$  две когерентные плоскополяризованные световые волны, плоскости которых взаимно перпендикулярны, при наложении дают волну, для которой конец результирующего вектора  $\vec{E}$  движется по эллипсу и представляет собой эллиптически поляризованную световую волну.

В зависимости от направления вращения вектора  $\vec{E}$  различают правую и левую круговую и эллиптическую поляризацию. Если по отношению, противоположному направлению луча, вектор  $\vec{E}$  вращается по часовой стрелке, поляризация называется правой, в противном случае – левой.

При прохождении естественного света через несовершенный поляризатор получаем частично поляризованный свет. Если пропустить частично поляризованный свет через анализатор, то при вращении прибора вокруг направления луча интенсивность прошедшего света будет изменяться от  $I_{\max}$  до  $I_{\min}$ .

Величина, равная

$$p = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3.6)$$

называется степенью поляризации.

Для плоскополяризованного света  $I_{\min} = 0$ ,  $p = 1$ , для естественного света  $I_{\max} = I_{\min}$ ,  $p = 0$ . К эллиптически поляризованному свету понятие степень поляризации неприменимо.

При прохождении естественного света через поляризатор его интенсивность уменьшится вдвое.

Если через поляризатор проходит плоскополяризованный свет, то его интенсивность после прохождения поляризатора определяется законом Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \quad (3.7)$$

Если на пути естественного луча стоят два поляризатора, то из первого поляризатора выходит поляризованный свет, интенсивность которого уменьшается в 2 раза. Интенсивность света, прошедшего второй поляризатор, определяется уже законом Малюса. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора, будет равна

$$I = \frac{I_{\text{ем}}}{2} \cos^2 \varphi. \quad (3.8)$$

При нормальном падении плоскополяризованного света на кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси, обыкновенный и необыкновенные лучи будут распространяться не разделяясь, но с различной скоростью. За время прохождения через пластинку между лучами возникает разность хода

$$\Delta = (n_0 - n_e)d \quad (3.9)$$

или разность фаз

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_0 - n_e)d, \quad (3.10)$$

$\lambda_0$  - длина волны света в вакууме.

Пластинка, для которой

$$(n_0 - n_e)d = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{4}, \quad \text{где } m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.11)$$

называется пластинкой в четверть длины волны.

При прохождении через такую пластинку обыкновенный и необыкновенный лучи приобретают разность фаз, равную  $\frac{\pi}{2}$ .

Пластинка, для которой

$$(n_0 - n_e)d = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2}, \quad (3.12)$$

называется пластинкой в полволны и т.д.

Пластинка в полволны поворачивает плоскость колебаний прошедшего через нее света на угол  $2\varphi$  ( $\varphi$  - угол между плоскостью колебаний в падающем луче и осью пластинки).

Если пластинку в четверть длины волны расположить так, что угол  $\varphi$  между плоскостью колебаний в падающем луче и осью пластинки  $45^\circ$ , то амплитуды обоих лучей будут одинаковы. Сдвиг по фазе между колебаниями в этих лучах  $\frac{\pi}{2}$ . Поэтому свет, вышедший из пластинки, будет поляризован по кругу.

При ином значении угла лучи образуют свет, поляризованный по эллипсу, одна из осей которого совпадает с осью пластинки.

Если угол  $\varphi$ , который образует ось пластинки и плоскостью колебаний равны 0 или  $\frac{\pi}{2}$ , то независимо от толщины пластинки в пластинке будет распространяться только один луч.

Некоторые вещества обладают способностью поворачивать плоскость поляризации проходящего через них плоскополяризованного света. Такие вещества называют оптически активными.

Кристаллические вещества сильнее всего вращают плоскость поляризации в том случае, когда свет распространяется вдоль оптической оси кристалла. Угол поворота  $\varphi$  пропорционален пути  $l$ , пройденному лучом в кристалле

$$\varphi = \alpha \cdot l, \quad (3.13)$$

$\alpha$  - постоянная вращения, она зависит от длины волны.

Вращают плоскость поляризации также и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (водные растворы сахара, винной кислоты и др.). В растворе угол поворота плоскости поляризации пропорционален пути света в растворе  $l$  и концентрации активного вещества  $C$ :

$$\varphi = [\alpha] \cdot C \cdot l \quad (3.14)$$

$[\alpha]$  - удельная постоянная вращения.

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации оптически активные вещества подразделяются на право- и левовращающие.

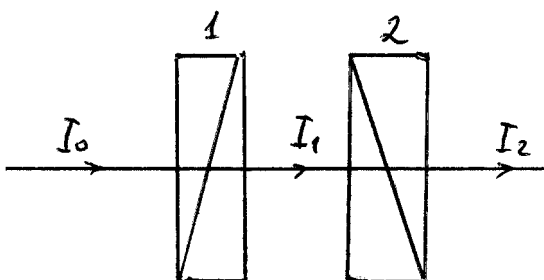
Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления намагниченности. Угол поворота поляризации  $\varphi$  пропорционален пути  $l$ , проходимому светом в веществе, и намагниченности вещества, которая, в свою очередь пропорциональна напряженности магнитного поля  $H$ :

$$\varphi = V \cdot l \cdot H, \quad (3.15)$$

$V$  - постоянная Верде, или удельное магнитное вращение.

### Примеры решения задач.

**Задача 3.1.** Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, плоскости поляризации которых составляют угол  $45^\circ$ . Каждый николю поглощает 3% света, падающего на него.



Решение. Интенсивность света  $I_1$ , прошедшего через первый николю, равна

$$I_1 = \frac{1}{2}(1 - \eta)I_0$$

Здесь  $I_0$  - интенсивность естественного света, падающего на 1-ый поляризатор; коэффициент  $\frac{1}{2}$  учитывает то, что проходит только половина естественного света при прохождении через поляризатор;  $\eta$  - коэффициент поглощения в первом николе.

В соответствии с законом Малюса

$$I_2 = I_1(1 - \eta)\cos^2 \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол между плоскостями поляризации николей.

Таким образом

$$I_2 = \frac{1}{2}(1 - \eta)^2 I_0 \cos^2 \alpha$$

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{1}{\frac{1}{2}(1 - \eta)^2 \cos^2 \alpha} = 4,25 \text{ раза}$$

**Задача 3.2.** Частично поляризованный пучок света рассматривают через николь. Яркость луча уменьшается в  $n = 4$  раза, если повернуть николь на  $\varphi = 75^\circ$  от положения, соответствующего максимальной яркости. Определить степень поляризации пучка.

Решение. В положении максимальной яркости плоскость колебаний николя параллельна плоскости колебаний поляризованной части пучка.

Поэтому через поляризатор проходит вся поляризованная часть и половина естественной части луча:

$$I_1 = \frac{1}{2}I_0 + I_{np}$$

При повороте плоскости поляризации на угол  $\varphi = 75^\circ$  через николь проходит (с учетом закона Малюса) интенсивность

$$I_2 = \frac{1}{2}I_0 + I_{np}\cos^2 \varphi.$$

По условию

$$I_1 = nI_2.$$

Подставляя (1) и (2) в (3), находим

$$I_{np} = \frac{\frac{1}{2}(n-1)I_0}{1 - n \cos^2 \varphi}.$$

Степень поляризации  $P$  равна отношению поляризованной части  $I_{np}$  к полной первоначальной интенсивности, равной сумме естественной и поляризованной его частей:

$$P = \frac{I_{np}}{I_0 + I_{np}} \cdot 100\% = 67\%.$$

**Задача 3.3.** Смесь света, поляризованного по кругу и линейно поляризованного, проходит через николю. При повороте николя из положения, в котором интенсивность света максимальна, на некоторый угол  $\varphi$  вокруг оси пучка интенсивность света уменьшается в  $k = 3$  раза по сравнению с максимальной и во сколько же раз увеличивается по сравнению с минимальной. Найти отношение интенсивности  $I_k$  света, поляризованного по кругу к интенсивности поляризованного света  $I_l$ .

Решение. Если интенсивность света, проходящего через николю максимальна, значит, линейно поляризованный свет проходит полностью, интенсивность же света, поляризованного по кругу, уменьшается в 2 раза, таким образом,

$$I_{max} = I_l + \frac{1}{2}I_k.$$

В положении, соответствующем минимальной интенсивности света, линейно поляризованная часть полностью задерживается, а для света, поляризованного по кругу, интенсивность по-прежнему будет равна  $\frac{1}{2}I_k$ :

$$I_{min} = \frac{1}{2}I_k.$$

Согласно условию задачи для некоторого положения николя

$$\frac{I_l + \frac{1}{2}I_k}{k} = k \frac{1}{2}I_k$$

Откуда

$$I_l + \frac{1}{2}I_k = \frac{1}{2}k^2 I_k.$$

$$\frac{I_l}{I_k} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}k^2$$

$$\frac{I_l}{I_k} = \frac{k^2 - 1}{2} = \frac{9 - 1}{2} = 4.$$

**Задача 3.4.** Круглое отверстие в непрозрачном экране содержит для точки наблюдения  $P$  одну зону Френеля. Отверстие закрыто поляроидами так, что направления колебаний в первой и второй половинках зон взаимно перпендикулярны. Определить интенсивность света  $I$  в точке  $P$ , если в отсутствие экрана она равна  $I_0$ . Как будет поляризован свет в точке наблюдения? Считать, что в поляроидах нет поглощения света.

Решение. Отметим на диаграмме Френеля, изображающей напряженность поля  $\vec{E}$  в различных зонах Френеля, вклад первой  $\vec{E}_1$  и второй  $\vec{E}_2$  половин первой зоны Френеля.

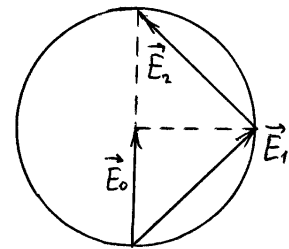
Обозначим результирующую напряженность электрического поля для падающей световой волны  $E_0$ . Тогда, как видно из рисунка,

$$E_1 = \sqrt{2}E_0, \quad E_2 = \sqrt{2}E_0.$$

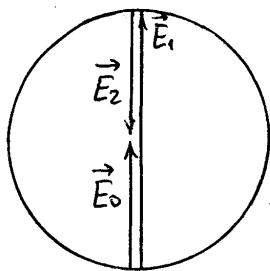
Согласно условию задачи, поляроиды, закрывающие первую и вторую половину 1-й зоны Френеля, ориентированы так, что направления колебаний в них взаимно перпендикулярны. Из диаграммы Ферми видно, что разность фаз между колебаниями  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  равна  $\pi/2$ . Тогда результирующее поле в точке  $P$  равно

$$\vec{E}_{рез} = E_1 \cdot \vec{i} + E_2 \cdot \vec{j} = \sqrt{2}E_0 \cdot \cos \omega t \cdot \vec{i} + \sqrt{2} \cdot E_0 \cdot \sin \omega t \cdot \vec{j}.$$

Свет в точке  $P$  поляризован по кругу, его интенсивность  $I \sim |\vec{E}_{рез}|^2 = 2 \cdot E^2$  или  $I = 2I_0$ .



**Задача 3.5.** Параллельный пучок поляризованного монохроматического света падает на пластинку  $\lambda/4$  так, что плоскость колебаний совпадает с осью пластинки. Интенсивность света в некоторой точке  $P$  за пластинкой равна  $I_0$ . Из пластинки вырезан диск, закрывающий одну зону Френеля для точки  $P$ . Диск повернули вокруг луча на угол  $90^\circ$  и поставили на место. Какой стала интенсивность  $I$  в точке  $P$ ?



Решение. Вклад от первой зоны Френеля в напряженность электрического поля обозначим вектором  $\vec{E}_1$ , вектор  $\vec{E}_2$  изображает на этой диаграмме вклад от всех остальных зон, кроме первой.  $\vec{E}_0$  - результирующая напряженность электрического поля. Если диск из кристаллической пластинки в четверть длины волны, закрывающий первую зону Френеля, повернуть на угол  $90^\circ$ , то это приведет к возникновению дополнительной разности фаз  $\pi/2$  для  $\vec{E}_1$ .

Результирующий вектор  $\vec{E}$  в данном случае равен

$$\begin{aligned} E &= E_1 \cos\left( wt + \frac{\pi}{2} \right) + E_2 \cos wt = \\ &= E_1 \sin wt + E_2 \cos wt = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} \cos( wt + \varphi ) \end{aligned}$$

Из диаграммы видно, что

$$E_2 = E_0 \quad , \quad \text{а} \quad E_1 = 2E_0 .$$

В результате амплитуда  $\vec{E}$  будет равна

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{E_0^2 + 4E_0^2} = \sqrt{5}E_0 .$$

Т.к. интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды  $E$ , то  $I = 5I_0$ .

**Задача 3.6.** На кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси, падает нормально свет, поляризованный по кругу. Прошедший свет рассматривается через анализатор. Пренебрегая потерями света на отражение, определить: а)



интенсивность прошедшего света, если главное сечение анализатора составляет угол  $\alpha$  с одним из главных направлений пластинки; б) угол, под которым надо поставить анализатор, чтобы получить максимальную и минимальную интенсивности.

Решение. а) Если свет поляризован по кругу, то слагающие колебания по координатным осям могут быть представлены в виде

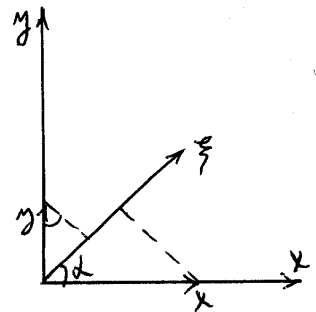
$$x = a \cos wt \quad y = a \sin wt .$$

После прохождения через кристаллическую пластинку, сообщающую разность фаз  $\delta$ , уравнения колебаний будут иметь вид

$$x = a \cos wt \quad y = a \sin(wt + \delta) .$$

При выходе из анализатора результирующее колебание будет

$$\begin{aligned} \xi &= a \cdot \cos \alpha \cdot \cos wt + a \cdot \sin \alpha \cdot \sin(wt + \delta) = \\ &= a(\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \sin \delta) \cos wt + \\ &+ a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \delta \cdot \sin wt. \end{aligned}$$



Отсюда получим для интенсивности

$$I = a^2 \left[ (\cos \alpha + \sin \alpha \cdot \sin \delta)^2 + (\sin \alpha \cdot \cos \delta)^2 \right] = a^2 (1 + \sin 2\alpha \cdot \sin \delta).$$

б) При постоянном  $\delta$  интенсивность достигает максимума или минимума, когда

$$\cos 2\alpha = 0, \text{ т.е. при } \alpha = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}.$$

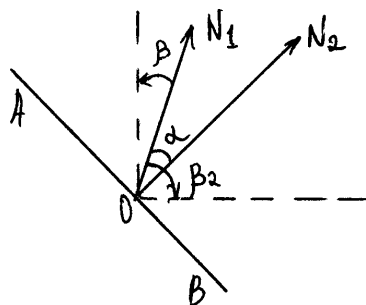
Если  $\sin \delta > 0$ , то первому значению соответствует минимум.

При  $\sin \delta < 0$  - наоборот.

**Задача 3.7.** Параллельный пучок монохроматического света проходит через два николя, главные плоскости которых повернуты друг относительно друга на угол  $\alpha = 30^\circ$ . Между николями ставится пластинка одноосного кристалла, вырезанная параллельно оптической оси и вносящая разность хода  $\frac{\lambda}{2}$  между обыкновенными и необыкновенными лучами. Какой угол  $\beta$  должна составлять

оптическая ось пластинки с главным направлением первого николя, чтобы свет через систему не прошел?

Решение. Свет не пройдет через второй николю, если электрический вектор  $\vec{E}$  будет перпендикулярен к главному сечению этого николя, т.е. лежать вдоль АВ.



После прохождения первого николя вектор  $\vec{E}$  световой волны будет лежать в плоскости  $N_1$ . Пластика в полволны поворачивает плоскость колебаний вектора  $\vec{E}$  на угол  $2\varphi$ , где  $\varphi$  - угол, который составляет ось кристалла и главное сечение николя.

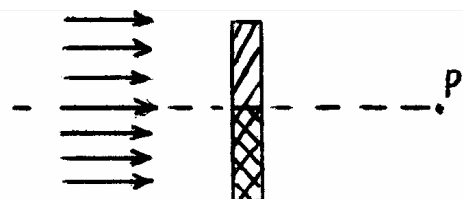
Таким образом, пластика должна быть ориентирована по биссектрисе угла  $AON_1$  или  $N_1OB$ .

Это дает два значения для угла  $\beta$ :

$$\beta_1 = \frac{\alpha + \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ;$$

$$\beta_2 = \frac{\alpha - \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} = 15^\circ - 45^\circ = 30^\circ.$$

**Задача 3.8.** Плоская волна монохроматического света, поляризованного по кругу, создает в точке  $P$  интенсивность  $I_0$ . На



пути волны ставят две составленные

вместе пластинки в  $\frac{\lambda}{4}$  (см. рис.).

Главные направления пластинок ориентированы взаимно перпендикулярно.

Найти интенсивность  $I$  в точке  $P$ .

Решение. Обозначим вклад, который дает в точку  $P$  верхняя половина фронта индексом - 1, а нижняя - индексом 2. Тогда для компонента электрического вектора  $\vec{E}$  с учетом круговой поляризации света будем иметь

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{1x} \cdot \cos wt + \vec{E}_{1y} \cdot \sin wt;$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{2x} \cdot \cos wt + \vec{E}_{2y} \cdot \sin wt.$$

При прохождении света через пластинку в четверть длины волны вектор  $\vec{E}$  получит дополнительную разность фаз  $\frac{\pi}{2}$ .

Т.к. на пути луча стоят две пластинки, главные направления которых ориентированы во взаимно перпендикулярных направлениях, то после прохождения пластин вектор  $\vec{E}_1$  может получить эту дополнительную разность фаз для компоненты  $E_{1x}$ , тогда вектор  $\vec{E}_2$  - для  $E_{2y}$ , т.е.

$$\vec{E}'_1 = \vec{E}_{1x} \cdot \cos \left( wt + \frac{\pi}{2} \right) + \vec{E}_{1y} \cdot \sin wt;$$

$$\vec{E}'_2 = \vec{E}_{2x} \cdot \cos wt + \vec{E}_{2y} \cdot \sin \left( wt + \frac{\pi}{2} \right)$$

или

$$\vec{E}'_1 = (-\vec{E}_{1x} + \vec{E}_{1y}) \cdot \cos wt;$$

$$\vec{E}'_2 = (\vec{E}_{2x} + \vec{E}_{2y}) \cdot \cos wt.$$

Результирующее колебание в точке  $P$  определяется суммой векторов  $\vec{E}'_1$  и  $\vec{E}'_2$ :

$$\vec{E}' = \vec{E}'_1 + \vec{E}'_2 = (-\vec{E}_{1x} + \vec{E}_{2y}) \sin wt + (\vec{E}_{2x} + \vec{E}_{2y}) \cos wt$$

Т.к. амплитуды проекций векторов равны:

$$E_{1x} = E_{2x} = E_{1y} = E_{2y} = \frac{1}{2} E_0,$$

получим

$$\vec{E}' = \frac{1}{2} E_0 (\cos wt - \sin wt) \vec{i} + \frac{1}{2} E_0 (\cos wt + \sin wt) \vec{j}.$$

Но

$$\cos wt + \sin wt = \sqrt{2} \cos\left(wt - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos wt - \sin wt = \sqrt{2} \cos\left(wt + \frac{\pi}{4}\right),$$

следовательно,

$$\vec{E}' = \frac{1}{2} E_0 \sqrt{2} \left[ \cos\left(wt + \frac{\pi}{4}\right) \vec{i} + \cos\left(wt - \frac{\pi}{4}\right) \vec{j} \right].$$

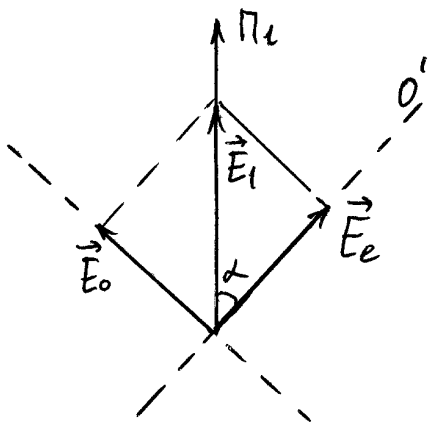
Делая подстановку  $t' = t + \frac{\pi}{4\omega}$ , получим

$$\vec{E}' = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\cos wt' \cdot \vec{i} + \sin wt' \cdot \vec{j})$$

Таким образом, свет остается поляризованным по кругу, а интенсивность

$$I \approx \frac{E_0^2}{2} = \frac{I_0}{2}, \quad I = \frac{I_0}{2}$$

**Задача 3.9.** Кварцевую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси, поместили между двумя скрещенными поляризаторами. Угол между плоскостями пропускания поляризаторов и оптической осью пластинки равен  $45^\circ$ . Толщина пластинки  $d = 0,50 \text{ мм}$ . При каких длинах волн в интервале  $0,50 - 0,60 \text{ мкм}$  интенсивность света, прошедшего через эту систему, не будет зависеть от поворота данного поляризатора? Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей в этом интервале длин волн считать  $\Delta n = 0,0090$ .



Решение. После выхода из первого поляризатора свет будет линейно – поляризован с направлением колебаний вдоль  $\Pi_1$  (вектор  $\vec{E}_1$ ). В кварцевой пластинке из этой волны образуются два луча: обыкновенный  $\vec{E}_o$  и

необыкновенный  $\vec{E}_e$ . Поскольку по условию задачи угол  $\alpha = 45^\circ$  амплитуды обыкновенной и необыкновенной волн одинаковы. Проходя через пластинку, эти волны получают разность фаз  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}d\Delta n$ .

Пусть  $\Delta\varphi = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ . Тогда на выходе из пластинки будем иметь две когерентные волны с взаимно перпендикулярным направлением колебаний, с одинаковыми амплитудами и с разностью фаз

$$\Delta\varphi = (2m+1)\frac{\pi}{2}.$$

При сложении таких волн образуется циркулярно поляризованная волна. В этом случае при вращении второго поляризатора интенсивность выходящего из него света меняться не будет, что требуется по условию задачи:

$$\frac{2\pi}{\lambda}d\Delta n = (2m+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{4d\Delta n}{2m+1}.$$

Подставляя численные данные, получим

$$\lambda = \frac{180 \cdot 10^{-7}}{(2m+1)} \quad (\text{м}).$$

При $(2m+1)$	{	31	получим	$\lambda_1 = 5,81 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
		33	.....	$\lambda_2 = 5,45 \cdot 10^{-7} \text{ м}$
		35	.....	$\lambda_3 = 5,14 \cdot 10^{-7} \text{ м}$

**Задача 3.10.** Между двумя скрещенными поляризаторами поместили кварцевый клин с преломляющим углом  $\theta = 3.5^\circ$ . Оптическая ось клина параллельна его ребру и составляет угол  $45^\circ$  с плоскостями пропускания поляризаторов. При прохождении через эту систему света  $\lambda = 550 \text{ нм}$  наблюдается система интерференционных

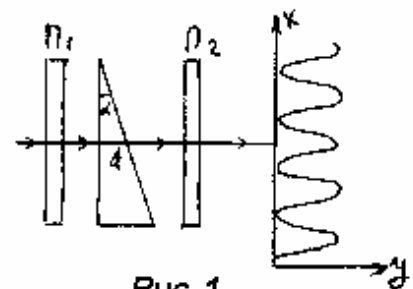


Рис. 1.

полос. Ширина каждой

полосы  $\Delta x = 1,0 \text{ мм}$ . Определить разность показателей преломления кварца для необыкновенного и обыкновенного лучей указанной длины волны.

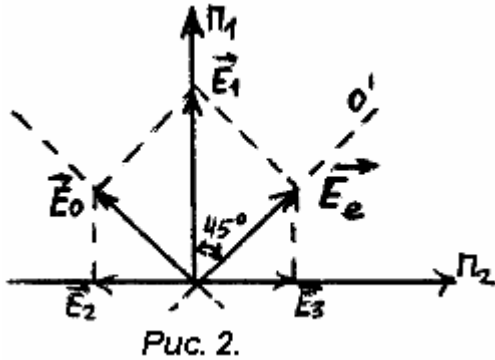


Рис. 2.

Решение. После поляризатора  $\Pi_1$  выходит линейно поляризованный свет с колебаниями электрического поля вдоль направления  $\Pi_1$ . Эти колебания на рис. 2 изображаются вектором  $\vec{E}_1$ . В кварцевой пластинке произойдет двойное лучепреломление: линейно поляризованная волна даст начало двум волнам – обыкновенной и необыкновенной. Колебания в обыкновенной волне (вектор  $\vec{E}_0$ ) происходят в направлении, перпендикулярном оптической оси кристалла  $OO'$ . Колебания в необыкновенной волне направлены вдоль  $OO'$  (вектор  $\vec{E}_e$ ). Проходя через кристалл, эти волны приобретают разность фаз  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d\Delta n$ , где  $d$  – толщина клина в месте прохождения лучей. Второй поляризатор  $\Pi_2$  выделит из колебаний  $\vec{E}_0$  и  $\vec{E}_e$  составляющие вдоль направления  $\Pi_2$  (векторы  $\vec{E}_2$  и  $\vec{E}_3$ ). Направление векторов  $\vec{E}_2$  и  $\vec{E}_3$  противоположно, что означает дополнительную к  $\delta$  разность фаз между колебаниями, равную  $\pi$ . Таким образом из второго поляризатора выйдут две волны с одинаковым направлением колебаний вдоль  $\Pi_2$  и с разностью фаз  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d\Delta n + \pi$ .

Эти волны когерентны, поскольку вызваны одной волной, и будут интерферировать. Поскольку оптическая ось кристалла составляет угол  $\frac{\pi}{4}$  с направлениями  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , амплитуды интерферирующих волн одинаковы. В этом случае результирующая интенсивность  $I$  равна

$$I = 2I_1 + 2I_1 \cos \Delta\varphi ,$$

где  $I_1$  – интенсивность каждой из интерферирующих волн.

После несложных преобразований получаем

$$I = 4I_1 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Это соотношение описывает распределение интенсивности вдоль оси X (рис.1).

Максимумы интенсивности будут наблюдаться при  $\frac{\Delta\varphi}{2} = m\pi$ ;

т.е.  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{\lambda} d\Delta n = m\pi$ , где  $m$  – целое число.

Напишем условия двух последовательных максимумов:

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{\lambda} d_1 \Delta n = m_1 \pi;$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{\lambda} d_2 \Delta n = (m_1 + 1)\pi;$$

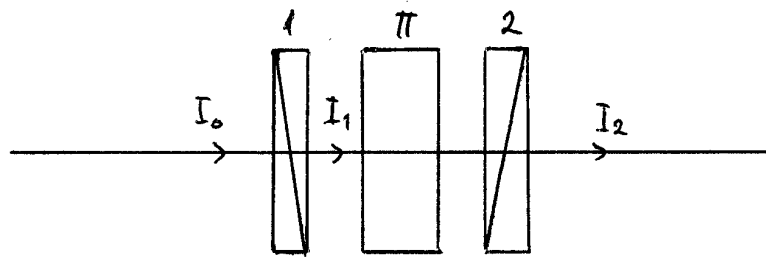
Из двух последних соотношений получим

$$(d_2 - d_1)\Delta n = \lambda.$$

При малом угле клина  $d_2 - d_1 = \alpha\Delta x$ , где  $\Delta x = x_2 - x_1$  – ширина интерференционной полосы. Окончательно получим

$$\Delta n = \frac{\lambda}{\Delta x \cdot \alpha}$$

**Задача 3.11.** Свет проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно к оптической оси. Найти максимальную толщину пластинки, при котором эта система будет пропускать  $\eta=0,25$  светового потока, если постоянная вращения кварца  $\alpha=20$  угл. град./мм.



Решение. При прохождении через первый поляризатор естественный свет поляризуется, и его интенсивность уменьшается в два раза

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0.$$

При прохождении через кварцевую пластинку плоскость поляризации луча  $I_1$ , поворачивается на угол  $\beta$ , равный

$$\beta = \alpha \Delta x_{\min},$$

где  $\Delta x_{\min}$  - толщина кварцевой пластинки.

По закону Малюса интенсивность луча  $I_2$ , прошедшего второй поляризатор, равна

$$I_2 = I_1 \cos^2(90^\circ - \beta).$$

Таким образом,

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 \sin^2(\alpha \Delta x_{\min});$$

$$\Delta x_{\min} = \frac{1}{\alpha} \arcsin \sqrt{\frac{2I_2}{I_0}} = 2,25 \text{ мм}.$$



## Задачи для самостоятельного решения

### I Интерференция света.

**1.1.** На пути одного из двух интерферирующих лучей одинаковой интенсивности помещен светофильтр, пропускающий половину падающего на него света:  $I_{\text{прон}} = \frac{1}{2} I_{\text{пад}}$ . Максимальная интенсивность в интерференционной картине равна при этом  $I_{\text{max}}$ . Найти минимальную интенсивность.

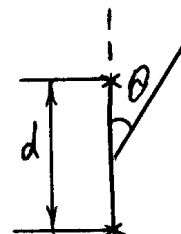
**1.2.** В результате интерференции двух лучей разной интенсивности ( $I_1$  и  $I_2$ ) оказалось, что отношение максимальной и минимальной интенсивностей в интерференционной картине равно четырем. Найти отношение интенсивностей падающих лучей.

**1.3.** На пути одного из двух интерферирующих лучей разной интенсивности помещен светофильтр, пропускающий половину падающего на него света ( $I_{2\text{прон}} = \frac{1}{2} I_2$ ). При этом минимальная интенсивность в интерференционной картине не изменилась. Найти отношение интенсивностей падающих лучей.  $\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$ .

**1.4.** На пути одного из двух интерферирующих лучей разной интенсивности помещен светофильтр, пропускающий четверть падающего на него света ( $I_{1\text{прон}} = \frac{1}{4} I_1$ ). При этом максимальная интенсивность в интерференционной картине уменьшилась в два раза. Найти отношение интенсивностей падающих на установку лучей  $\left(\frac{I_1}{I_2}\right)$ .

**1.5.** Система состоит из двух одинаковых точечных источников когерентных волн. Расстояние между источниками  $d = \lambda/2$ . Источники колеблются синфазно.

Определить углы  $\theta$ , которым соответствует: а) максимальное, б) минимальное излучение системы. Углы отсчитываются от линии, соединяющей источники. Расстояние от источников до точек наблюдения значительно больше  $\lambda$ .



наблюдения

**1.6.** Под какими углами  $\theta$  в условии задачи 1.5 интенсивность излучения системы будет составлять половину максимальной интенсивности?

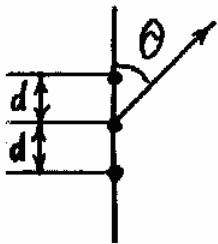
**1.7.** Решить задачу 1.5 для случая колебания источников в противофазе.

**1.8.** Решить задачу 1.5 для расстояния между источниками  $d = \lambda$ .

**1.9.** Решить задачу 1.5 для расстояния между источниками  $d = \lambda$  и колебания источников в противофазе.

**1.10.** Решить задачу 1.5 для расстояния между источниками  $d = 2\lambda$  и колебания источников в противофазе.

**1.11.** Решить задачу 1.5 для расстояния между источниками  $d = \lambda$  и колебания источников в одинаковой фазе.



**1.12.** Три одинаковых синфазных излучения расположены вдоль одной прямой на расстоянии  $d = \lambda/2$  друг от друга. Используя метод векторных диаграмм, определить углы, в направлении которых система не излучает.

**1.13.** Плоская монохроматическая волна длины  $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$  падает нормально на диафрагму с двумя узкими щелями, находящимися на расстоянии  $d = 1 \text{ мм}$  друг от друга. Интерференционная картина образуется на экране, отстоящем от диафрагмы на расстоянии  $l = 2 \text{ м}$  (Опыт Юнга). Что будет наблюдаться в точке экрана, находящейся напротив одной из щелей? Каким следует сделать расстояние до экрана, чтобы в данной точке экрана оказался второй минимум? Как изменится при этом ширина интерференционной полосы?

**1.14.** В опыте Юнга (см. задачу 1.13) расстояние между щелями  $d = 2,5 \text{ мм}$ , расстояние до экрана  $l = 100 \text{ см}$ . На какое расстояние и в какую сторону сместятся интерференционные полосы, если одну из щелей перекрыть стеклянной пластинкой толщиной  $h = 10 \text{ мкм}$ . Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**1.15.** Два когерентных источника света с длиной волны  $\lambda = 480 \text{ нм}$  создают на экране интерференционную картину. Если на пути одного

из пучков поместить тонкую кварцевую пластинку с показателем преломления  $n = 1,46$ , то интерференционная картина сместится на  $m = 69$  полос. Определить толщину  $d$  пластины

**1.16.** В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещена стеклянная пластинка толщиной  $d = 12$  мкм. Определить, на сколько полос сместится интерференционная картина, если показатель преломления света  $n = 1,5$ , длина волны света  $\lambda = 600$  нм, свет падает на пластинку нормально.

**1.17.** В опыте Юнга расстояние между щелями равно  $d = 1,5$  мм, расстояние до экрана равно  $l = 60$  см. На каком расстоянии от центра интерференционной картины находится 5-я светлая полоса, если свет имеет длину волны  $\lambda = 5,4 \cdot 10^{-7}$  м?

**1.18.** В опыте Юнга расстояние между щелями равно  $d = 2$  мм, расстояние от щелей до экрана  $l = 80$  см, длина волны света  $\lambda = 650$  нм. Какова разность фаз двух волн, дошедших от щелей до точки на экране, находящейся на расстоянии 1,5 мм от нулевой полосы?

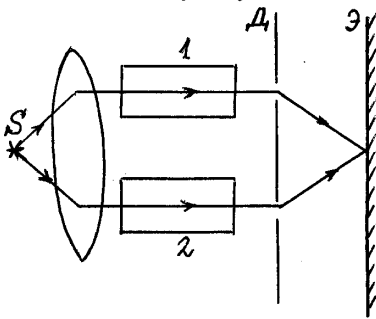
**1.19.** В опыте Юнга расстояние между щелями равно  $d = 1,5$  мм, расстояние от щелей до экрана  $l = 50$  см, длина волны света  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$  м. Во сколько раз интенсивность света на экране на расстоянии  $x = 0,5$  мм от нулевой полосы меньше максимальной интенсивности?

**1.20.** В опыте Юнга интенсивность света в центральном максимуме интерференционной картины ( в точке  $x = 0$ ) равно  $J_0$ . Одну из щелей перекрыли стеклянной пластинкой ( $n = 1,5$ ) толщиной  $h = 6$  мкм. Какой стала теперь интенсивность света в точке  $x = 0$ ? Длина волны света  $\lambda = 5,3 \cdot 10^{-7}$  м. Потерями света в стекле пренебречь.

**1.21.** В интерференционной схеме Юнга максимальная интенсивность света на экране равна  $J_0$ , минимальная равна 0. Какова интенсивность: а) на середине расстояния между максимумом и минимумом? б) на одной трети этого расстояния, отсчитывая от максимума?

**1.22.** В интерференционной схеме Юнга максимальная интенсивность света на экране равна  $J_0$ , минимальная равна нулю. Одну из щелей интерферометра перекрыли светофильтром, пропускающим 49% света. Какой теперь стала интенсивность света на экране: а) в максимуме, б) в минимуме, в) на середине расстояния между

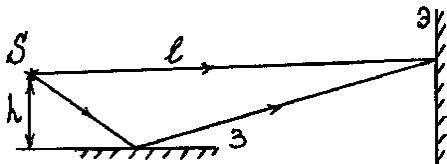
максимумом и минимумом, г) на одной трети расстояния между максимумом и минимумом, отсчитывая от максимума.



**1.23.** В двух лучевом интерферометре Рэлея (см. рис.) на пути каждого из интерферирующих лучей расположены одинаковые трубки с воздухом, длина каждой из которых  $l = 10$  см. Когда воздух в трубке 1 заменили аммиаком, интерференционная картина сместилась вверх на  $N = 17$  полос. Определить показатель преломления аммиака, если

показатель преломления воздуха  $n_B = 1,000277$ , а длина волны падающего света  $\lambda = 589$  нм.

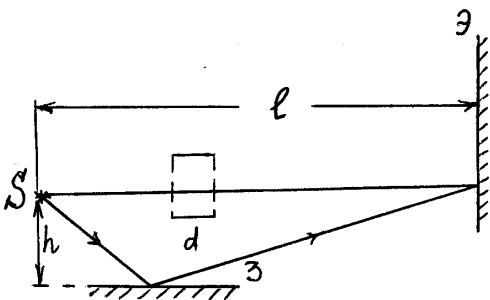
**1.24.** На пути одного луча в интерферометре Рэлея (см. задачу 1.23) помещена трубка длиной  $l = 2$  см, наполненная воздухом. Когда воздух в трубке заменили хлором, интерференционная картина сместилась на  $N = 20$  полос. Длина волны света  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ , показатель преломления воздуха  $n_B = 1,000276$ . Определить показатель преломления хлора.



**1.25.** В опыте Ллойда источник света  $S$  с длиной волны  $\lambda = 0,7$  мкм находится на расстоянии  $h = 1$  мм от зеркала и на расстоянии  $l = 4$  м от экрана. Определить ширину

интерференционной полосы на экране.

**1.26.** В интерференционной схеме с зеркалом Ллойда максимальная интенсивность света на экране в 10 раз больше, чем минимальная. Найти коэффициент отражения зеркала.



**1.27.** Что будет наблюдаться в опыте Ллойда в точке экрана, расположенной напротив источника света? Расстояние от источника до зеркала  $h = 2$  мм, от источника до экрана  $l = 1$  м, длина волны падающего света  $\lambda = 0,5$  мкм. Как

изменится освещенность в данной точке экрана, если на пути прямого

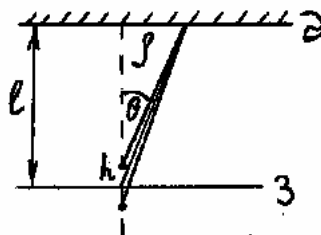
луча перпендикулярно к нему поместить плоскопараллельную стеклянную пластинку ( $n = 1,54$ ) толщиной  $d = 6$  мкм?

**1.28.** В опыте Ллойда расстояние от источника до экрана  $l = 100$  см. При некотором положении источника ширина интерференционной полосы на экране  $\Delta x = 0,25$  мм. После того, как источник отодвинули от плоскости зеркала на величину  $\Delta h = 0,60$  мм, ширина полос уменьшилась в  $\eta = 1,5$  раза. Найти длину волны света.

**1.29.** В установке с зеркалом Ллойда точечный источник расположен на расстоянии  $h = 1$  мм от зеркала. Когда источник слегка отодвинули от зеркала, четвертая светлая полоса на экране переместилась на место, первоначально занятое третьей светлой полосой. На какое расстояние  $\Delta h$  отодвинули источник? Указание: учесть сдвиг фазы волны при отражении от зеркала.

**1.30.** При некотором расположении зеркала Ллойда ширина интерференционной полосы на экране  $\Delta x = 1$  мм. После того, как зеркало сместили параллельно самому себе на расстояние  $\Delta h = 0,3$  мм, ширина интерференционной полосы уменьшилась. В каком направлении и на какое расстояние  $\Delta l$  следует переместить экран, чтобы ширина интерференционной полосы стала прежней? Длина волны монохроматического света  $\lambda = 0,6$  мкм.

**1.31.** Точечный источник света расположен на малом расстоянии  $h$  от зеркала. На экране, плоскость которого параллельна плоскости зеркала, наблюдают систему интерференционных колец. Получить выражение для радиусов темных колец, если расстояние от экрана до зеркала  $l$ . Использовать условие малости углов  $\theta$ .

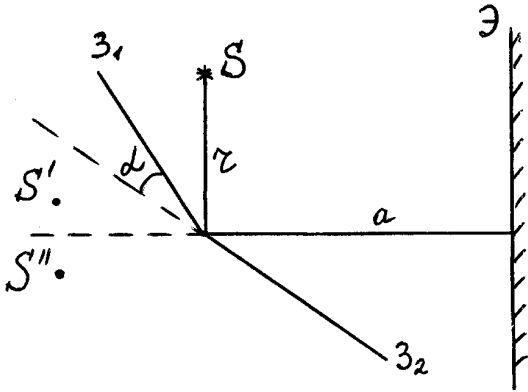


**1.32.** В установке, описанной в предыдущей задаче, радиусы двух светлых колец, между которыми наблюдаются еще три светлых кольца, равны  $\rho_k = 1,2$  см и  $\rho_m = 2,7$  см. Экран отстоит от зеркала на расстоянии  $l = 50$  см. Найти длину волны света  $\lambda$ .

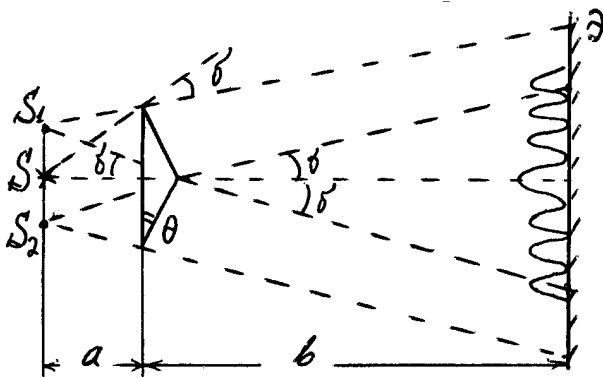
**1.33.** На какое расстояние  $\Delta h$  в установке, описанной в задаче 1.31, следует отодвинуть от зеркала источник света, чтобы на месте

кольца с номером  $k$  оказалось кольцо с номером на единицу больше? Расстояние  $h$  от источника света до зеркала считать известным. Использовать условие малости углов  $\theta$ .

**1.34.** В установке с зеркалами Френеля свет, испускаемый узкой щелью, перпендикулярной плоскости рисунка, отражается от двух зеркал, расположенных под малым углом  $\alpha$  друг другу, и падает на экран приблизительно по нормали к его поверхности. Определить ширину интерференционной полосы на экране, если расстояние от линии пересечения зеркал до источника света  $r = 10$  см, а до экрана  $a = 1$  м,  $\alpha = 20'$ , длина волны света  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ .



**1.35.** Зеркала Френеля (см. предыдущую задачу) расположены так, что ребро между ними находится на расстоянии  $r = 20$  см от узкой щели и на расстоянии  $a = 180$  см от экрана. Чему равен угол между зеркалами, если расстояние от центра интерференционной картины до пятой темной полосы  $x = 14$  мм. Длина волны света  $\lambda = 700$  нм.

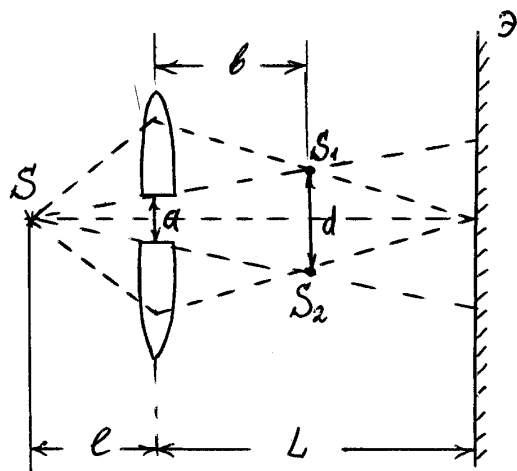


**1.36.** Бипризма Френеля представляет собой две одинаковые, имеющие общее основание призмы, изготовленные из одного куска стекла и имеющие малый преломляющий угол  $\theta$ . Источник света – щель, параллельная плоскости основания – находится на

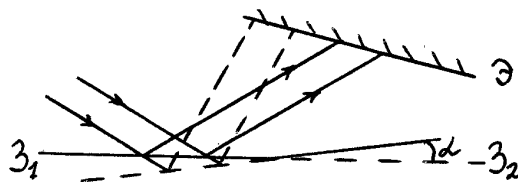
расстоянии  $a$  от призмы. При небольших углах падения света на призму углы отклонения  $\delta$  для всех лучей практически одинаковые, что позволяет считать их исходящими из мнимых источников  $S_1$  и  $S_2$ . Интерференционная картина наблюдается в области наложения пучков света, преломленных верхней (вниз) и нижней (вверх) половинами бипризмы. Чему равен угол отклонения  $\delta$ ? Каково расстояние  $d$  между мнимыми источниками? Чему равна ширина  $\Delta x$

интерференционной полосы на экране, расположенном на расстоянии  $b$  от бипризмы? Какова максимальная область перекрывания пучков и максимальное число  $N$  полос в интерференционной картине? Вычисления выполнить для  $a = 25$  см,  $b = 100$  см,  $\theta = 20'$ , длины волны света  $\lambda = 0,6$  мкм, показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .

**1.37.** Линзу с фокусным расстоянием  $f$  разрезали по диаметру и половинки раздвинули на небольшое расстояние  $a$  (бипризма Бийе). По одну сторону линзы на расстоянии  $l$  от нее расположен источник света  $S$ , по другую сторону на расстоянии  $L$  находится экран. Определить расстояние  $b$  от линзы до мнимых источников света (изображений источника  $S$  в бипризме), расстояние  $d$  между мнимыми источниками, ширину  $\Delta x$  интерференционной полосы на экране. Длина волны света  $\lambda$ .



**1.38.** Плоская световая волна падает на бипризмала Френеля, угол между которыми  $\alpha = 2,0'$ . Определить длину волны света, если ширина интерференционной полосы на экране  $\Delta x = 0,55$  мм.



**1.39.** При каком положении экрана относительно бипризмы будет наблюдаться максимальное число интерференционных полос? Чему оно равно? Плоская световая волна с  $\lambda = 0,5$  мкм падает на бипризму нормально, преломляющий угол бипризмы  $\theta = 3'26''$ , показатель преломления материала бипризмы  $n = 1,5$ , расстояние между вершинами преломляющих углов  $l = 4$  см. При каком положении экрана интерференционные полосы исчезнут? (См. задачу 1.36).

**1.40.** Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхности стекла последние покрывают тонким слоем вещества с показателем преломления  $n' = \sqrt{n}$ , где  $n$  - показатель преломления

стекла. В общем случае амплитуды световых колебаний, отраженных от обеих поверхностей такого слоя, будут одинаковыми. При какой толщине этого слоя отражательная способность стекла в направлении нормали будет равна нулю для света с длиной волны  $\lambda$ ?

**1.41.** На плоскопараллельную пленку с показателем преломления  $n = 1,3$  падает нормально параллельный пучок белого света. При какой наименьшей толщине пленки она будет наиболее прозрачна для света с длиной волны  $\lambda_1 = 0,60$  мкм (желтый цвет)? При какой наименьшей толщине пленка наиболее прозрачна одновременно для света с длинами волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2 = 0,50$  мкм (голубой цвет)?

**1.42.** Зимой на стеклах трамваев и автобусов образуются тонкие пленки наледи, окрашивающие все видимое сквозь них в зеленоватый цвет. Оценить, какова наименьшая толщина этих пленок. Показатель преломления наледи принять равным  $1,33$ . Указание: Зеленому цвету соответствует середина спектра видимого света. Чтобы наледь приняла зеленоватый цвет, необходимо ослабить в проходящем свете синие и красные лучи, соответствующие концам видимого спектра. Для оценки принять  $\lambda_c = 0,44$  мкм,  $\lambda_{кр} = 0,68$  мкм.

**1.43.** Пучок монохроматических ( $\lambda = 0,6$  мкм) световых волн падает под углом  $\alpha = 30^\circ$  на мыльную пленку ( $n_M = 1,33$ ), нанесенную на поверхность стекла ( $n_C = 1,5$ ). При какой наименьшей толщине пленки отраженный свет будет максимально ослаблен?

**1.44.** Луч света ( $\lambda = 6,6 \cdot 10^{-7}$  м) падает нормально на тонкую пленку воды ( $n_1 = 1,33$ ), нанесенную на поверхность стекла ( $n_2 = 1,5$ ). При этом отраженный луч имеет максимальную интенсивность. Затем падающий луч стали наклонять и при изменении угла падения до  $\alpha = 10^\circ$ , отраженный луч исчезает. Найти толщину пленки  $d$ .

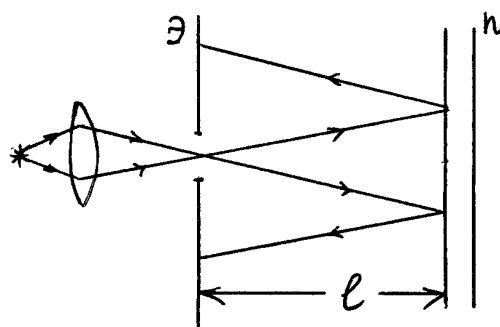
**1.45.** На поверхности стекла находится пленка воды ( $n = 1,33$ ). На нее падает свет с длиной волны  $\lambda = 0,68$  мкм под углом  $\alpha = 30^\circ$  к нормали. Найти скорость, с которой уменьшается толщина пленки (из-за испарения), если интенсивность отраженного света меняется так, что промежуток времени между последовательными максимумами отражения  $\Delta t = 15$  мин.



**1.46.** На пленку толщины  $d = 367$  нм падает под углом  $\alpha$  параллельный пучок белого света. Показатель преломления пленки  $n = 1,40$  (изменения  $n$  в зависимости от  $\lambda$  малы). В какой цвет будет окрашен свет, отраженный пленкой в случае, если угол  $\alpha$  равен: а)  $30^\circ$ , б)  $60^\circ$ ? (Найти длины волн, учитывая пределы видимого спектра).

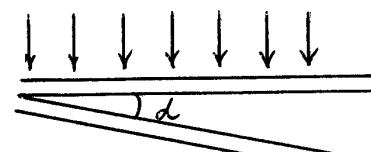
**1.47.** Рассеянный монохроматический свет с  $\lambda = 0,60$  мкм падает на тонкую пленку вещества с показателем преломления  $n = 1,5$ . Определить угловое расстояние  $\delta\alpha$  между соседними максимумами, наблюдаемыми в отраженном свете под углами с нормалью, близким к  $\alpha = 45^\circ$ , если толщина  $d = 15$  мкм. Использовать условие малости  $\delta\alpha$ .

**1.48.** Монохроматический свет проходит через отверстие в экране Э и, отразившись от тонкой плоскопараллельной стеклянной пластинки П, образует на экране систему интерференционных полос равного наклона. Толщина пластинки  $d$ , расстояние между ней и экраном  $l$ , радиусы  $i$ -го и



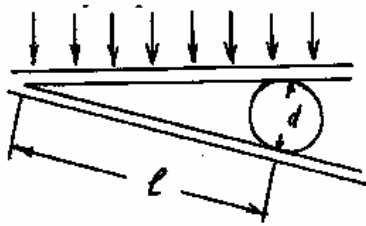
$k$ -го темных колец  $r_i$  и  $r_k$ . Учитывая, что  $r_{i,k} \ll l$ , найти длину волны света.

**1.49.** Две плоскопараллельные стеклянные пластинки приложены друг к другу так, что между ними образовался воздушный клин с углом при вершине  $\alpha = 30''$ . На одну из пластинок падает нормально монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм.



На каком расстоянии  $l_2$  от линии соприкосновения пластинок в отраженном свете наблюдается вторая светлая полоса?

**1.50.** Пучок света ( $\lambda = 582$  нм) падает перпендикулярно к поверхности стеклянного клина. Угол клина  $\alpha = 20''$ . Какое число  $m_0$  темных интерференционных полос приходится на единицу длины клина? Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ .



**1.51.** Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками положили очень тонкую проволочку, расположенную параллельно линии соприкосновения пластинок и находящуюся на расстоянии  $l = 75$  мм от нее. В отраженном свете  $\lambda = 0,6$  мкм на верхней пластинке видны интерференционные полосы. Определить диаметр  $d$  поперечного сечения проволочки, если на длине  $a = 30$  мм насчитывается  $N = 16$  светлых полос. Свет падает на пластинки нормально.

**1.52.** Воздушный клин, имеющий наибольшую толщину  $d = 0,01$  мм, образован горизонтальной поверхностью и плоскопараллельной стеклянной пластинкой. При освещении пластинки вертикальными лучами с длиной волны  $\lambda = 0,580$  мкм наблюдатель видит в отраженном свете интерференционные полосы. После того, как в пространство между пластинкой и поверхностью ввели жидкость, число интерференционных полос увеличилось на  $\Delta m = 12$ . Определить показатель преломления жидкости.

**1.53.** Белый свет падает нормально на поверхность стеклянного клина ( $n = 1,5$ ), угол между гранями которого  $\alpha \ll 1$ . Интерференционная картина наблюдается через светофильтры. При замене красного светофильтра ( $\lambda_1 = 643$  нм) на синий ( $\lambda_2 = 460$  нм) на месте красной полосы, расположенной от вершины клина на расстоянии  $l = 8$  мм, оказалось синяя полоса. Найти возможные значения угла  $\alpha$ .

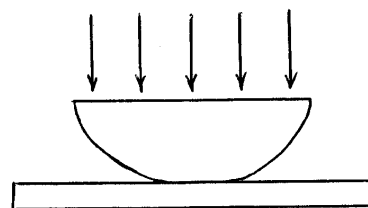
**1.54.** Плоская монохроматическая световая волна длины  $\lambda$  падает на поверхность стеклянного клина, угол между гранями которого  $\alpha \ll 1$ . Плоскость падения перпендикулярна ребру клина, угол падения  $\theta$ . Найти расстояние между соседними максимумами интерференционных полос на экране, расположенном перпендикулярно к отраженному свету.

**1.55.** Нанесенный на вертикально поставленное стекло ( $n = 1,5$ ) слой воды ( $n = 1,33$ ) образует клин с углом при вершине  $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$  рад. Свет с длиной волны  $\lambda = 550$  нм падает по нормали к стеклу. Интерференция наблюдается в отраженном свете. Найти: а) расстояние третьей светлой полосы от вершины клина, б) число темных полос на длине клина  $l = 1$  мм.

**1.56.** На стеклянный клин ( $n=1,5$ ) падает свет с длиной волны  $\lambda=0,65$  мкм. Угол падения света  $\theta=30^\circ$ . Угол между гранями клина  $\alpha=15'$ . Найти ширину интерференционной полосы.

**1.57.** Мыльная пленка, расположенная вертикально, образует клин. При наблюдении интерференционных полос в отраженном свете ( $\lambda=546,1$  нм) оказалось, что расстояние между пятью полосами  $l=2$  см. Найти угол  $\beta$  клина. Свет падает на пленку по нормали. Показатель преломления пленки  $n=1,33$ .

**1.58.** Установка для наблюдения колец Ньютона состоит из плоскопараллельной стеклянной пластинки и соприкасающейся с ней выпуклой поверхностью тонкой плосковыпуклой линзы. Монохроматический свет падает нормально на плоскую границу линзы. Интерференционная картина наблюдается в отраженном или проходящем свете. Центральное темное пятно при наблюдении колец в отраженном свете считают за нулевое. Найти: ширину девятого светлого кольца  $\Delta r_9$ , если ширина второго светлого кольца  $\Delta r_2 = 1$  мм. (Наблюдение ведется в отраженном свете);



**1.59.** В условиях задачи 1.58 найти расстояние между третьим и шестнадцатым светлыми кольцами, если расстояние между вторым и двадцатым светлыми кольцами  $l_1=4,8$  мм (наблюдение в проходящем свете).

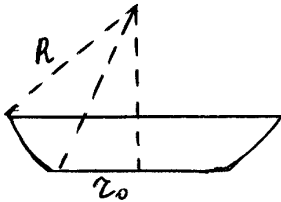
**1.60.** В условиях задачи 1.58 найти порядковые номера колец и длину волны  $\lambda$  падающего света, если при наблюдении в отраженном свете радиусы двух соседних светлых колец  $r_k=3,8$  мм и  $r_{k+1}=4,2$  мм, радиус кривизны линзы  $R=6,5$  м.

**1.61.** В условиях задачи 1.58 а) определить толщину  $h$  слоя воздуха там, где в отраженном свете ( $\lambda=0,6$  мкм), наблюдается первое светлое кольцо Ньютона; б) определить толщину слоя воды в том месте, где наблюдается третье темное кольцо в проходящем свете с длиной волны  $\lambda=0,5$  мкм, показатель преломления воды  $n=1,33$ .

**1.62.** В условиях задачи 1.58 найти радиус кривизны линзы, если при наблюдении в отраженном свете ( $\lambda=500$  нм) диаметры двух

светлых колец  $d_1=4,0$  мм и  $d_2=4,8$  мм, при этом между ними расположены еще три светлых кольца.

**1.63.** Контрастность интерференционной картины характеризуется величиной  $V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$ , где  $I_{\max}, I_{\min}$  - интенсивности в максимумах и минимумах соответственно. Чтобы глазом заметить чередование темных и светлых полос, величина  $V$  должна быть больше  $V_{\min} = 0,1$ . Определить  $V$  при наблюдении колец Ньютона в проходящем свете. Будут ли глазом различимы кольца? Показатель преломления линзы и пластины  $n = 1,5$ . Указание: Воспользоваться формулой для коэффициента отражения при нормальном падении света  $R = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2$ .



**1.64.** На вершине сферической поверхности плосковыпуклой линзы имеется сошлифованный плоский участок радиуса  $r_0 = 3,0$  мм, которым она соприкасается со стеклянной пластинкой. Радиус кривизны линзы  $R = 150$  см. Найти радиус шестого светлого кольца при наблюдении в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 655$  нм.

**1.65.** Найти радиус  $r_0$  сошлифованного плоского участка (см. предыдущую задачу), если при наблюдении в отраженном свете радиус десятого темного кольца  $\rho_{10} = 3,5$  мм, длина волны света  $\lambda = 0,6$  мкм, радиус кривизны линзы  $R = 100$  см.

**1.66.** Плосковыпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны  $R = 40$  см соприкасается выпуклой поверхностью со стеклянной пластинкой. При этом в отраженном свете радиус некоторого кольца  $r = 2,5$  мм. Наблюдая за данным кольцом, линзу осторожно отодвинули от пластинки на  $h = 5,0$  мкм. Каким стал радиус этого кольца?

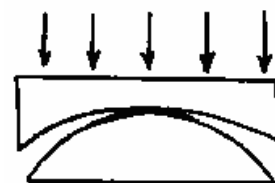
**1.67.** Что будет происходить с интерференционной картиной (как будут меняться радиусы колец) при увеличении зазора между линзой и пластиной (см. предыдущую задачу)? Какое число новых колец возникнет (а старых исчезнет), если линзу отодвинуть на расстояние  $h = 100$  мкм, длина волны падающего света  $\lambda = 580$  нм?

**1.68.** Две одинаковые плосковыпуклые линзы соприкасаются своими сферическими поверхностями. В отраженном свете ( $\lambda = 0,6$  мкм) диаметр пятого светлого кольца  $d = 1,50$  мм. Найти радиус сферических поверхностей линз.

**1.69.** Две плосковыпуклые линзы с радиусами кривизны сферических поверхностей  $R_1$  и  $R_2$  соприкасаются вершинами своих сферических поверхностей. При наблюдении колец в отраженном свете радиус  $m$ -го светлого кольца равен  $\rho$ . Найти длину волны света  $\lambda$ .

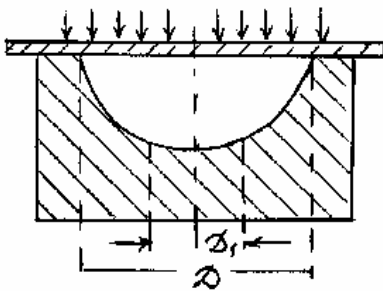
**1.70.** Плоско-выпуклая стеклянная линза с радиусом кривизны сферической поверхности  $R = 15$  см прижата (так, что вершина сферической поверхности деформирована) к стеклянной пластине. Радиусы 5-го и 10-го темных колец Ньютона в отраженном свете равны соответственно  $p_5 = 0,2$  мм и  $p_{10} = 0,7$  мм. Определить длину волны света.

**1.71.** В установке для наблюдения колец Ньютона свет с длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм падает нормально на плосковогнутую линзу с радиусом кривизны  $R_1 = 2$  м, положенную вогнутой стороной на плосковыпуклую линзу с радиусом кривизны  $R_2 = 1$  м. Определить радиус  $\rho_3$  третьего темного кольца, наблюдаемого в отраженном свете.



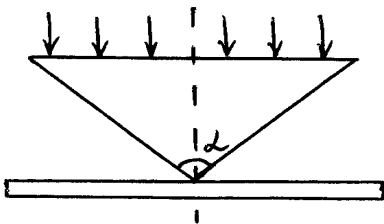
**1.72.** В установке для наблюдения колец Ньютона был измерен радиус третьего темного кольца. Когда пространство между пластинкой и линзой заполнили жидкостью, тот же радиус стало иметь кольцо с номером на единицу большим. Определить показатель преломления жидкости.

**1.73.** Сферическая поверхность плосковыпуклой линзы соприкасается со стеклянной пластинкой. Пространство между линзой и пластинкой заполнено сероуглеродом. Показатель преломления линзы, сероуглерода и пластинки равны соответственно  $n_1 = 1,50$ ,  $n_2 = 1,63$ ,  $n_3 = 1,70$ . Радиус кривизны сферической поверхности линзы  $R = 100$  см. Определить радиус пятого светлого кольца Ньютона в отраженном свете с  $\lambda = 0,50$  мкм.



**1.74.** На поверхности стеклянной пластинки имеется сферическое углубление с радиусом кривизны  $R = 10$  м. Диаметр углубления  $D = 2$  см. Эта поверхность соприкасается со стеклянной плоскопараллельной пластинкой. На этой установке наблюдают кольца в отраженном свете ( $\lambda = 0,63$  мкм).

Сколько темных колец наблюдается на диаметре выемки и внутри круга диаметра  $D_1 = 1$  см, если падающая волна монохроматическая?



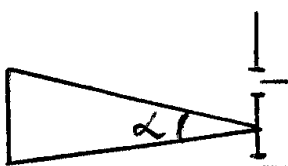
**1.75.** Конус из стекла с углом при вершине  $\alpha = 179^\circ$  касается вершиной стеклянной пластинки. Ось конуса перпендикулярна плоскости пластинки. Свет с длиной волны  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7}$  м падает на основание конуса вдоль его оси.

Определить радиус четвертого светлого кольца в отраженном свете.

**1.76.** В установке, описанной в предыдущей задаче, диаметры двух темных колец  $d_m = 0,30$  мм и  $d_{m+5} = 0,35$ . Определить угол при основании конуса и номер колец, если наблюдение ведется в отраженном свете с длиной волны  $\lambda = 0,7$  мкм.

**1.77.** Стеклянный конус с большим углом при вершине касается вершиной стеклянной пластины (см. задачу 4.75). Между конусом и пластиной налита вода ( $n = 1,33$ ). Свет с длиной волны  $\lambda = 6300 \text{ \AA}$  падает по нормали на основание конуса. Радиус пятого темного кольца в отраженном свете равен  $R = 3$  мм. Найти угол при основании конуса.

**1.78.** В интерференционной установке использовался свет, содержащий две монохроматические компоненты с длинами волн  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм. В каком наименьшем порядке четкость интерференционной картины будут наихудшей? Указание: интерференционные полосы исчезают, когда максимум интенсивности одной линии накладывается на минимум другой.



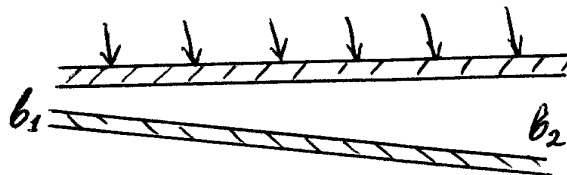
**1.79.** На экран с двумя узкими щелями падают лучи от Солнца. Оценить, при каком расстоянии между ними за экраном могут наблюдаться интерференционные полосы. Угловой размер Солнца  $\alpha \approx 0,01$  рад.

**1.80.** В схеме Юнга на пути одного из интерферирующих лучей поместили тонкую стеклянную пластинку ( $n = 1,5$ ). Луч падает на пластинку по нормали. При какой наименьшей толщине пластинки пропадут интерференционные полосы в месте, первоначально занимаемом нулевой полосой? Длина волны света  $\lambda = 6330 \text{ \AA}$ , ширина спектрального интервала  $\Delta\lambda = 5 \text{ \AA}$ .

**1.81.** Оценить наибольшую ширину  $\Delta\lambda$  спектрального интервала пропускания светофильтра, с помощью которого можно наблюдать интерференцию в оконном стекле толщиной  $d = 3 \text{ мм}$  ( $n = 1,5$ ). Свет падает под углом, близким к нормали. Длина волны  $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

**1.82.** Оценить наибольшую толщину пленки глицерина ( $n = 1,47$ ), в которой можно глазом наблюдать интерференцию в белом свете. Свет падает на пленку приблизительно по нормали. Указание: ширина спектрального интервала порядка ширины видимого спектра, длина волны – средняя длина для этого интервала.

**1.83.** Между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинками имеется зазор, величина которого между краями пластинки  $b_1 = 497 \text{ мкм}$ ,  $b_2 = 503 \text{ мкм}$ . Какая картина будет наблюдаться при нормальном падении на пластинки света с длиной волны  $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$  и величиной  $\lambda/\Delta\lambda$ , равной а) 500; б) 5000; в) 2000. Ответ обосновать численно ( $\Delta\lambda$  – ширина спектрального интервала).



**1.84.** Расположенная вертикально проволочная рамка затянута мыльной пленкой. При освещении пленки зеленым светом с  $\lambda = 530 \text{ нм}$  и величиной  $\lambda/\Delta\lambda = 1000$  на верхней части пленки наблюдаются интерференционные полосы равной толщины. Оценить толщину  $b$  пленки. Показатель преломления пленки  $n = 1,3$ . Указание: из-за стекания жидкости пленки имеет клиновую форму, для оценки можно подсчитать толщину пленки в месте исчезновения интерференционных полос ( $\Delta\lambda$  – ширина спектрального интервала).

**1.85.** При освещении клиновидной прозрачной пластинки зеленым светом ( $\lambda_1 = 550$  нм) на части пластинки наблюдают  $N_1 = 36$  интерференционных полос равной толщины (остальная часть пластинки освещена равномерно). Чему равны длина когерентности  $l_{\text{ког}}$  и ширина  $\Delta\lambda$  спектрального интервала падающего света? Какое число полос  $N_2$  будет наблюдаться, если осветить пластинку вместо зеленого красным светом ( $\lambda_2 = 660$  нм), величина  $\lambda/\Delta\lambda$  которого в  $\eta = 1,20$  раза меньше, чем у зеленого света? ( $\Delta\lambda$  - ширина спектрального интервала).

**1.86.** Свет с длиной волны  $\lambda = 0,55$  мкм падает на поверхность стеклянного клина под углом  $\theta = 15^\circ$ . Показатель преломления стекла  $n = 1,5$ , угол при вершине клина  $\alpha = 1''$ . Определить расстояние от вершины клина, на котором интерференционные полосы начнут исчезать, если степень монохроматичности  $\Delta\lambda/\lambda = 0,01$ .

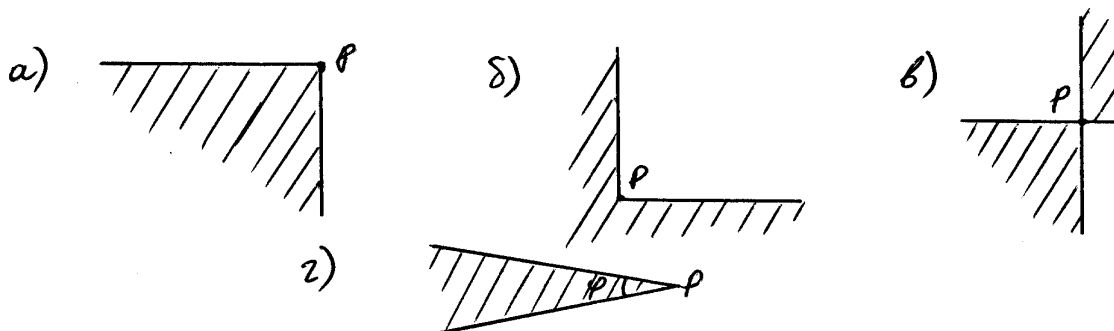
**1.87.** Для наблюдения колец Ньютона используется линза с радиусом кривизны  $R = 100$  см, положенная на пластинку. На каком расстоянии от центра интерференционной картины исчезнут кольца, если источником света служит лампа накаливания и наблюдение ведется через красный светофильтр ( $\lambda = 6500 \text{ \AA}$ ) с шириной пропускания  $\Delta\lambda = 25 \text{ \AA}$ ?

**1.88.** В установке для наблюдения колец Ньютона между вершиной сферической поверхности линзы и пластинкой попала пылинка диаметром  $D = 0,1$  мм. На каком расстоянии от центра исчезает интерференция, если кольца наблюдаются в свете со спектральным интервалом  $\Delta\lambda = 10 \text{ \AA}$  и длиной волны  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ ? Радиус кривизны  $R = 40$  см.



## II. Дифракция света.

**2.1.** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на поверхности непрозрачных экранов, изображенных на рисунке. Найти интенсивности света в точке  $P$ , расположенной за вершиной угла экрана на некотором расстоянии от него. Угол  $\varphi$  в случае г) считать известным.



**2.2.** Исходя из определения зон Френеля, найти число  $k$  зон Френеля, которые открывает отверстие радиуса  $r$  для точки, находящейся на расстоянии  $b$  от центра отверстия, в случае нормального падения на отверстие плоской монохроматической волны. Что будет находится в центре дифракционной картины, если  $r = 1,4$  мм,  $\lambda = 0,7$  мкм,  $b = 0,7$  м?

**2.3.** На непрозрачную преграду с отверстием радиуса  $r = 1,00$  мм падает монохроматическая плоская световая волна. Когда расстояние от преграды до установленного за ней экрана равно  $b_1 = 0,575$  м, в центре дифракционной картины наблюдается максимум интенсивности. При увеличении расстояния до значения  $b_2 = 0,862$  м, максимум интенсивности сменяется минимумом. Определить длину волны  $\lambda$  света.

**2.4.** На непрозрачную преграду с круглым отверстием падает плоская световая волна длины  $\lambda = 600$  нм. Изменяя расстояние между преградой и экраном наблюдают два последовательных минимума интенсивности при значениях  $b_1 = 1,05$  м и  $b_2 = 0,70$  м. Чему равен диаметр отверстия? При каком максимальном значении  $b_m$  на экране еще удастся получить темное пятно?

**2.5.** Плоская световая волна длины  $\lambda = 550$  нм падает по нормали на диафрагму с отверстием переменного радиуса. Параллельно диафрагме расположен экран. Известно, что при радиусе отверстия  $r_1 = 1,73$  мм в центре дифракционной картины на экране – светлое пятно, увеличивая радиус отверстия следующее светлое пятно получают при  $r_2 = 2,24$  мм. Чему равно расстояние от преграды до экрана? При каком значении радиуса в центре дифракционной картины будет пятно максимальной интенсивности?

**2.6.** Плоская световая волна падает по нормали на диафрагму с отверстием переменного радиуса. Параллельно диафрагме расположен экран. Известно, что при данной геометрии опыта отверстие открывает первую зону Френеля для некоторой точки  $P$  на экране.

Во сколько раз следует увеличить радиус отверстия, чтобы в точке  $P$  возник: а) первый минимум; б) второй максимум?

**2.7.** Дифракционная картина наблюдается на расстоянии  $l = 4$  м от точечного источника монохроматического света ( $\lambda = 500$  нм). Посередине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При радиусе  $r$  отверстия центр дифракционной картины будет наиболее темным?

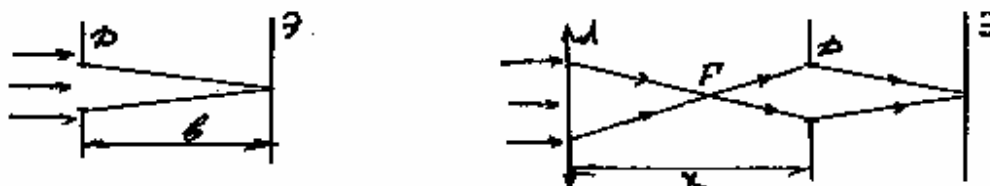
**2.8.** Дифракционная картина наблюдается на расстоянии  $l$  от точечного источника света ( $\lambda = 600$  нм). На расстоянии  $a = 0,5l$  от источника помещена круглая непрозрачная преграда диаметром  $D = 1$  мм, закрывающая целое число зон Френеля. Найти расстояние  $l$ , если в центре картины – светлое пятно максимальной интенсивности.

**2.9.** Между точечным источником света и экраном поместили диафрагму с круглым отверстием, радиус которого можно менять. Расстояние от диафрагмы до источника и экрана равны  $a = 100$  см и  $b = 125$  см. Определить длину волны света, если максимум освещенности в центре дифракционной картины на экране наблюдается при  $r_1 = 1,00$  мм и следующий максимум – при  $r_2 = 1,29$  мм.

**2.10.** Дифракционная картина наблюдается на расстоянии  $l = 3$  м от точечного источника света ( $\lambda = 500$  нм). Положение диафрагмы с круглым отверстием радиуса  $r = 1$  мм можно менять. Какое минимальное количество открытых зон Френеля может уложиться в отверстии при данной геометрии опыта? При каком значении

расстояния  $b$  от диафрагмы до экрана оно достигается? Что наблюдается в центре дифракционной картины в этом случае?

**2.11.** На диафрагму с круглым отверстием падает нормально параллельный пучок света с  $\lambda = 0,5$  мкм. При этом на экране, расположенном на расстоянии  $b = 2$  м от диафрагмы, в центре дифракционной картины наблюдается светлое пятно, соответствующее одной открытой зоне Френеля. На каком максимальном расстоянии от диафрагмы следует расположить собирающую линзу с фокусным расстоянием  $F = 20$  см, чтобы светлое пятно в центре картины сменилось темным?



**2.12.** На какую минимальную величину должна измениться длина волны падающего излучения, чтобы светлое пятно в центре дифракционной картины, наблюдаемой при падении монохроматического света на круглое отверстие, заменилось на темное (или наоборот)? Считать известным число открытых зон Френеля.

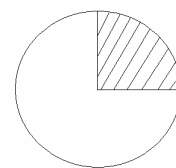
**2.13.** Установку для наблюдения дифракции Френеля на круглом отверстии поместили в воду (показатель преломления воды  $n = 4/3$ ), при этом светлое пятно в центре дифракционной картины заменилось на темное. Какое минимальное число зон Френеля помещалось в отверстии, пока установка находилась в воздухе?

**2.14.** Плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием. Оценить интенсивность света за экраном в точке, для которой:

а) отверстие равно внутренней половине первой зоны Френеля;

б) отверстие равно внутренней трети первой зоны Френеля;

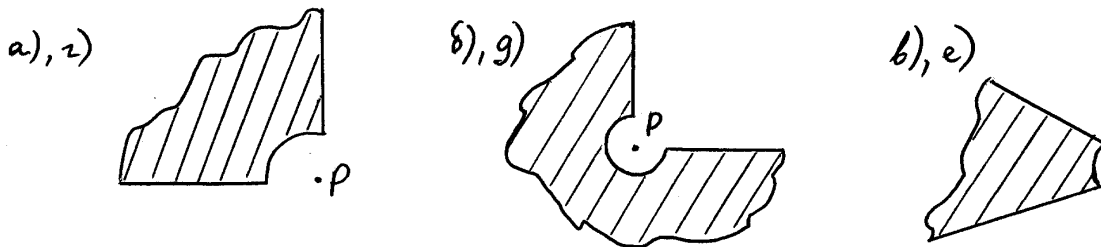
в) отверстие сделали равным первой зоне Френеля, а потом закрыли его четверть по диаметру.



**2.15.** Плоская световая волна ( $\lambda = 640 \text{ нм}$ ) с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на круглое отверстие радиуса  $r = 1,20 \text{ мм}$ . Найти интенсивность в центре дифракционной картины на экране, отстоящем на расстояние  $b = 1,50 \text{ м}$  от отверстия.

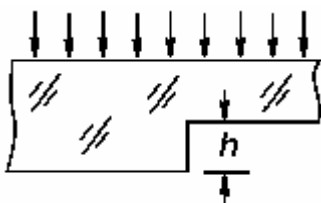
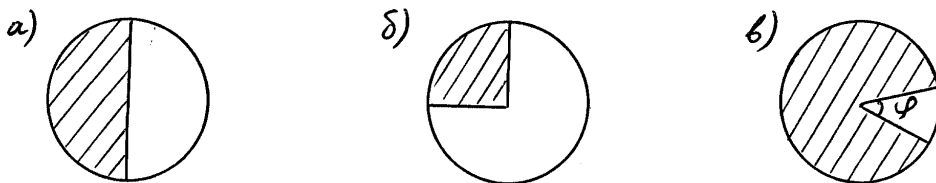
**2.16.** Плоская монохроматическая волна интенсивностью  $I_0$  падает нормально на поверхности непрозрачных экранов, изображенных на рисунках. Найти интенсивность света  $I$  в точке  $P$ , расположенной за экраном на некотором расстоянии от него и для которой закругленный край экрана совпадает с границей

- а), б), в) первой зоны Френеля;  
г), д), е) второй зоны Френеля.



**2.17.** Плоская монохроматическая волна света интенсивности  $I_0$  падает нормально на непрозрачный диск, закрывающий для точки наблюдения  $P$  первую зону Френеля. Какова стала интенсивность света в точке  $P$  после того, как у диска удалили:

- а) половину по диаметру;  
б) три четверти;  
в) часть, определяемую углом  $\varphi$  ?



**2.18.** Плоская световая волна с длиной волны  $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$  и интенсивностью  $I_0$  падает нормально на большую стеклянную пластину ( $n = 1,5$ ), профиль которой показан на рисунке. При какой высоте уступа  $h$  интенсивность света в

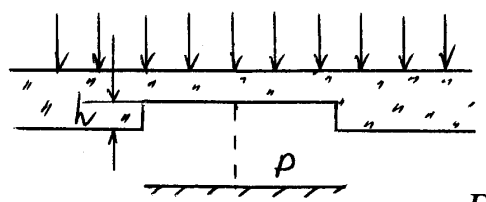
точках, расположенных под ним будет а) минимальна, б) вдвое меньше  $I_0$ .

**2.19.** Плоская монохроматическая световая волна интенсивности  $I_0$  падает нормально на поверхность непрозрачного экрана с круглым отверстием, открывающим для точки наблюдения  $P$  центральную зону Френеля. В отверстие поместили стеклянный диск, перекрывающий внутреннюю половину центральной зоны. При какой толщине этого диска интенсивность света в точке  $P$  будет:

- а) максимальна? Чему она равна?
- б) минимальна?

**2.20.** Плоская световая волна длины  $\lambda$  и интенсивности  $I_0$  падает нормально на круглую стеклянную пластинку, радиус которой равен радиусу первой зоны Френеля для точки наблюдения  $P$ . Найти толщину пластинки, при которой интенсивность света в точке  $P$  будет: а) максимальна; б) минимальна. Чему равна интенсивность света в этих случаях?

**2.21.** Плоская световая волна с  $\lambda = 0,60$  мкм падает нормально на достаточно большую стеклянную пластинку, на противоположной стороне которой сделана круглая выемка. Для точки наблюдения  $P$  она представляет собой первые полторы зоны Френеля. Найти глубину  $h$  выемки, при которой интенсивность света в точке  $P$  будет: а) максимальна; б) минимальна; в) равна интенсивности падающего света. Чему равны интенсивности в случаях а) и б)?



**2.22.** На пути плоской световой волны с  $\lambda = 0,54$  мкм поставили тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием  $f = 50$  см, непосредственно за ней – диафрагму с круглым отверстием и на расстоянии  $b = 75$  см от диафрагмы – экран. При каких радиусах отверстия центр дифракционной картины на экране имеет максимальную освещенность. Указание: разбить площадь отверстия на зоны Френеля, учитывая, что падающая на него волна является сходящейся.

**2.23.** Плоская монохроматическая световая волна длины  $\lambda_0$  и интенсивности  $I$  падает по нормали на диафрагму с круглым отверстием, которое для точки наблюдения  $P$  открывает первую зону Френеля. Половина отверстия по диаметру перекрыта стеклянной пластинкой толщины  $h$  с показателем преломления  $n = 1,5$ . При какой толщине пластины интенсивность света в точке наблюдения будет а) максимальной; б) минимальной; в) чему будет равна интенсивность света в этих случаях?

**2.24.** На узкую щель падает нормально монохроматический свет. Угол  $\varphi$  отклонения пучков света, соответствующих второй светлой дифракционной полосе при Фраунгоферовой дифракции равен  $1^\circ$ . Скольким длинам волн падающего света равна ширина щели?

**2.25.** Оценить угловую и линейную ширину центрального максимума в случае дифракции Фраунгофера на щели ширины  $b = 0,1$  мм. Длина падающей на щель волны  $\lambda = 0,50$  мкм, фокусное расстояние линзы  $F = 0,2$  м.

**2.26.** Монохроматический свет падает нормально на щель ширины  $b = 11$  мкм. За щелью находится тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием  $F = 150$  мм, в фокальной плоскости которой расположен экран. Найти длину волны света, если расстояние на экране между симметрично расположенными минимумами третьего порядка равно  $\Delta x = 50$  мм.

**2.27.** На щель ширины  $b = 3,0$  мкм нормально падает плоская световая волна с  $\lambda = 0,5$  мкм. Определить количество максимумов интенсивности, наблюдаемых в фокальной плоскости линзы.

**2.28.** Белый свет падает по нормали на щель ширины  $b = 0,10$  мм. За щелью установлена линза с фокусным расстоянием  $F = 20$  см, в фокальной плоскости которой установлен экран. Оценить ширину  $a$  радужного канта на границе наблюдаемого на экране центрального дифракционного максимума.

**2.29.** На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Расположенная за щелью линза с фокусным расстоянием  $F = 2,00$  м проектирует на экран дифракционную картину в виде чередующихся светлых и темных

полос. Ширина центральной светлой полосы  $\Delta x = 5,0$  см. Как надо изменить ширину щели  $b$ , чтобы центральная полоса занимала весь экран при любой ширине последнего?

**2.30.** На щель ширины  $b = 20$  мкм падает нормально параллельный пучок монохроматического света ( $\lambda = 500$  нм). Найти ширину  $A$  изображения щели на экране, удаленном от щели на расстояние  $l = 1$  м. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности. (Условие дифракции Фраунгофера:  $b^2/\lambda l \ll 1$  соблюдается).

**2.31.** Плоская световая волна падает нормально на непрозрачную плоскую преграду, в которой имеется узкая щель ширины  $b = 0,200$  мм. За преградой расположен экран. Расстояние между преградой и экраном  $l = 1,00$  м. Определить длину световой волны, если расстояние  $a_{12}$  между серединами 1 – го и 2 – го дифракционных максимумов равно 2,50 мм. Условия дифракции Фраунгофера соблюдены.

**2.32.** Свет с длиной волны  $\lambda = 0,60$  мкм падает нормально на непрозрачную плавающую на поверхности воды преграду с узкой длиной щелью ширины  $b = 9$  мкм. Найти угловую ширину максимума второго порядка ( $n_{\text{воды}} = 4/3$ ).

**2.33.** Плоская световая волна с  $\lambda = 0,60$  мкм падает нормально на грань стеклянного клина с преломляющим углом  $\varphi = 15^\circ$ . На противоположной непрозрачной грани имеется щель ширины  $b = 10$  мкм, параллельная ребру клина. Найти:

а) угол  $\Delta\varphi_0$  между направлением на фраунгоферов максимум нулевого порядка и направлением падающего света;

б) угловую ширину фраунгоферова максимума нулевого порядка.

**2.34.** Методом графического сложения амплитуд определить отношение интенсивностей первого и центрального максимумов при дифракции на щели. Считать, что можно использовать приближенное условие максимумов (2.9)  $b \sin \varphi = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ .

**2.35.** При условиях задачи 2.34 найти отношение интенсивностей второго и первого максимумов.

**2.36.** Монохроматический свет падает нормально на дифракционную решетку с большим числом штрихов. Что произойдет с дифракционной картиной (зависимостью  $I(\sin \varphi)$ ), если щели дифракционной решетки перекрыть через одну? Иначе: как изменяется высота и ширина главных максимумов, их число и положение, количество дополнительных минимумов, суммарная площадь максимумов? Ответ обосновать?

**2.37.** Что произойдет с дифракционной картиной, если половину дифракционной решетки перекрыть с одного края непрозрачной преградой, т.е. число штрихов уменьшить в два раза? (Смотри предыдущую задачу).

**2.38.** Построить примерный график зависимости интенсивности  $I$  от  $\sin \varphi$  в случае нормального падения света на дифракционную решетку с числом штрихов  $N$  и отношением периода решетки  $d$  к ширине щели  $b$ , равным:

- а)  $N = 3$ ,  $d/b = 2$ ,                      б)  $N = 4$ ,  $d/b = 2$ ;  
 в)  $N = 5$ ,  $d/b = 2$ ,                      г)  $N = 5$ ,  $d/b = 3$ .

Ширина щели  $b$  много больше длины волны  $\lambda$  падающего света. Построение обосновать.

**2.39.** Определить полное число главных максимумов, которые могут реализоваться при дифракции света с длиной волны  $\lambda$ , падающего нормально на дифракционную решетку с периодом  $d = 7,5\lambda$ . Сколько главных максимумов будет видно, если отношение периода решетки к ширине щели этой решетки  $d/b = 3$ ?

**2.40.** В спектре, даваемом дифракционной решеткой с периодом  $d = 2,30$  мкм при нормальном падении на нее света с длиной волны  $\lambda = 0,50$  мкм, видны только 5 максимумов (включая центральный). Какова ширина щели этой решетки?

**2.41.** На дифракционную решетку, содержащую  $n = 100$  штрихов/мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол  $\Delta\varphi = 20^\circ$ . Определить длину волны света.



**2.42.** При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядка частично перекрывают друг друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ( $\varphi_1 = 0,4$  мкм) спектра третьего порядка?

**2.43.** При нормальном падении света на дифракционную решетку угол дифракции линии  $\lambda_1 = 0,65$  мкм в первом порядке равен  $\varphi_1 = 20,7^\circ$ . Найти угол дифракции для линии  $\lambda_2 = 0,50$  мкм в третьем порядке.

**2.44.** На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. Сначала зрительная труба устанавливается на фиолетовые линии ( $\lambda_\phi = 389$  нм) по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчеты по лимбу вправо от нулевого деления дали  $\varphi_{\phi 1} = 27^\circ 33'$  и  $\varphi_{\phi 2} = 36^\circ 27'$ . После этого зрительная труба устанавливается на красные линии по обе стороны от центральной полосы в спектре первого порядка. Отсчеты по лимбу вправо от нулевого деления дали  $\varphi_{k1} = 23^\circ 54'$  и  $\varphi_{k2} = 40^\circ 6'$ . Найти длину волны  $\lambda_k$  красной линии спектра гелия.

**2.45.** Найти наибольший порядок  $m_{\max}$  спектра для желтой линии натрия ( $\lambda = 589$  нм), если дифракционная решетка содержит  $n = 500$  штрихов/мм. Какому углу дифракции соответствует последний максимум? Свет падает на решетку нормально.

**2.46.** На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Какова должна быть постоянная решетки  $d$ , чтобы в направлении  $\varphi = 41^\circ$  совпадали максимумы линий  $\lambda_1 = 656,3$  нм и  $\lambda_2 = 410,2$  нм? Известно, что максимальный порядок спектра (в области видимого света) равен 12.

**2.47.** Свет с длиной волны  $\lambda = 535$  нм падает нормально на дифракционную решетку. Найти ее период, если одному из фраунгоферовых максимумов соответствует угол дифракции  $\varphi = 35^\circ$ , а наибольший порядок спектра равен 5.

**2.48.** При дифракции на решетке наблюдается максимум для длины волны  $\lambda_1 = 670$  нм под углом  $\alpha = 20^\circ$ . Под этим же углом наблюдается максимум более высокого порядка для длины волны

$\lambda_2=447$  нм. Наибольший порядок спектра равен пяти. Найти постоянную решетки. Свет падает на решетку нормально.

**2.49.** Найти наибольший порядок спектра для длины волны  $\lambda=633$  нм, если постоянная дифракционной решетки  $d=2$  мкм. Под каким углом наблюдается эта линия в последнем порядке?

**2.50.** На дифракционную решетку нормально падает пучок света с длиной волны  $\lambda$ . Максимум третьего порядка наблюдается под углом дифракции  $\varphi=27^\circ 30'$ . Каков максимальный порядок спектра для данной длины волны?

**2.51.** На дифракционную решетку нормально падает излучение в спектральном диапазоне от  $\lambda_1=477$  нм до  $\lambda_2=695$  нм. Постоянная решетки  $d=2$  мкм. Начиная с какого порядка будет наблюдаться перекрывание соседних спектров? Под каким наименьшим углом произойдет наложение линий соседних порядков? Какие линии наложатся друг на друга под этим углом?

**2.52.** Период дифракционной решетки  $d = 6 \cdot 10^{-6}$  м. Для линии с  $\lambda = 486$  нм найти такое наибольшее значение  $\Delta\lambda$ , чтобы нигде не перекрывались спектры разных порядков при освещении светом в интервале  $\lambda \pm \Delta\lambda$ .

**2.53.** Свет с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм падает нормально на дифракционную решетку. Два соседних главных максимума имеют место при  $\sin\varphi_1=0,2$  и  $\sin\varphi_2=0,3$ , причем максимум четвертого порядка отсутствует. Определить:

- а) постоянную решетки  $d$ ;
- б) наименьшую возможную ширину щели  $b$ .

**2.54.** Определить длину волны монохроматического света, падающего нормально на дифракционную решетку с периодом  $d = 2,2$  мкм, если угол между направлениями на фраунгоферовы максимумы первого и второго порядка  $\Delta\varphi = 15^\circ$ .

**2.55.** Падающий нормально на дифракционную решетку свет состоит из двух резких спектральных линий с длинами волн  $\lambda_1 = 490$  нм (голубой свет) и  $\lambda_2 = 600$  нм (оранжевый свет). Первый дифракционный максимум для голубой линии располагается под углом

$\varphi_1 = 10,0^\circ$ . Найти угловое расстояние  $\Delta\varphi$  между линиями в спектре второго порядка.

**2.56.** На решетке с  $n = 2000$  штрихов/см происходит дифракция света с длиной волны  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ . Экран расположен на расстоянии  $L = 3 \text{ м}$  от решетки. На каком расстоянии  $\Delta x$  находятся на экране изображения нулевого и первого порядка?

**2.57** Свет с длиной волны  $\lambda = 0,60 \text{ мкм}$  падает нормально на дифракционную решетку, которая нанесена на плоской поверхности плосковыпуклой цилиндрической стеклянной линзы с радиусом кривизны  $R = 20 \text{ см}$ . Период решетки  $d = 6,0 \text{ мкм}$ . Найти расстояние между симметрично расположенными главными максимумами первого порядка в фокальной плоскости линзы.

**2.58.** На каком расстоянии  $\Delta x$  друг от друга будут находиться на экране две линии ртутной дуги ( $\lambda_1 = 577 \text{ нм}$  и  $\lambda_2 = 579,1 \text{ нм}$ ) в спектрах первого и второго порядков, полученных при помощи дифракционной решетки? Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектры на экран,  $F = 0,6 \text{ м}$ . Постоянная решетки  $d = 2 \text{ мкм}$ .

**2.59.** Определить угловую ширину центрального максимума при нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 0,55 \text{ мкм}$  на дифракционную решетку ширины  $l = 3 \text{ см}$ .

**2.60.** Свет с длиной волны  $\lambda = 589,0 \text{ нм}$  падает нормально на дифракционную решетку с периодом  $d = 2,5 \text{ мкм}$ , содержащую  $N = 10000$  штрихов. Найти угловую ширину максимума второго порядка.

**2.61.** Определить ширину изображения на экране в спектре первого порядка спектральной линии с  $\lambda = 0,656 \text{ мкм}$  при дифракции на решетке ширины  $l = 3 \text{ см}$ . Фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран,  $F = 15 \text{ см}$ . Угол дифракции, соответствующий первому главному максимуму,  $\varphi = 12^\circ 37'$ .

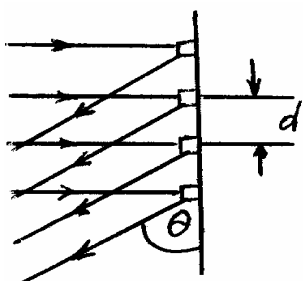
**2.62.** Какое фокусное расстояние  $F$  должна иметь линза, проецирующая на экран спектр, полученный при помощи дифракционной решетки, чтобы расстояние между двумя линиями калия  $\lambda_1 = 404,4 \text{ нм}$  и  $\lambda_2 = 404,7 \text{ нм}$  в спектре первого порядка было

равным  $\Delta x = 0,1$  мм? Постоянная решетки  $d = 2$  мкм. Сравнить  $\Delta x$  с шириной изображения линий в том же порядке спектра. Длина решетки  $l = 2$  см.

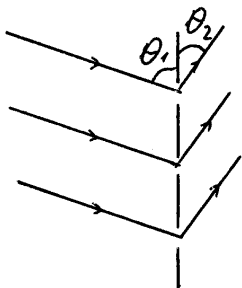
**2.63.** Дифракционная решетка кварцевого спектрографа имеет ширину  $l = 25$  мм и содержит  $n = 250$  штрихов/мм. Фокусное расстояние  $F$  объектива, в фокальной плоскости которого находится фотопластинка, равно 80 см. Свет падает на решетку нормально. Исследуемый спектр содержит спектральную линию, компоненты дублета которой имеют длины волн  $\lambda_1 = 310,154$  и  $\lambda_2 = 310,184$  нм. Определить:

а) расстояние на фотопластинке между компонентами этого дублета в спектрах первого и второго порядков;

б) будут ли они разрешены в этих порядках спектра.



**2.64.** Свет падает по нормали к отражательной дифракционной решетке (в такой решетке штрихи нанесены на зеркало) и дифрагирует под углом  $\theta$  к ней. Под каким углом  $\theta$  наблюдаются максимумы интенсивности? Период решетки  $d$ .



**2.65.** На дифракционную решетку свет с длиной волны  $\lambda$  падает не под прямым углом, а под углом  $\theta_1$  к ней (угол скольжения). Запишите условие максимумов интенсивности через  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\lambda$  и  $d$ .

**2.66.** Монохроматический свет падает на отражательную дифракционную решетку с периодом  $d = 1,0$  мм под углом скольжения  $\alpha_0 = 1,0^\circ$ . Под углом скольжения  $\alpha = 3,0^\circ$  образуется фраунгоферов максимум второго порядка. Найти длину волны света.

**2.67.** Показать, что при нормальном падении света на дифракционную решетку максимальная величина ее разрешающей способности не может превышать значение  $l / \lambda$ , где  $l$  – ширина решетки,  $\lambda$  – длина волны света.

**2.68.** Какой наименьшей разрешающей способностью  $R$  должна обладать дифракционная решетка, чтобы с ее помощью можно было

разрешить две спектральные линии калия  $\lambda_1 = 578$  нм и  $\lambda_2 = 580$  нм? Какое наименьшее число штрихов должна иметь эта решетка, чтобы разрешение было возможно в спектре первого порядка?

**2.69.** Дифракционная картина получена с помощью дифракционной решетки длиной  $l = 1,5$  см и периодом  $d = 5$  мкм. Определить, в спектре какого наименьшего порядка видны отдельно две спектральные линии с разностью длин волн  $\Delta\lambda = 0,1$  нм, если линии лежат в крайней красной части спектра ( $\lambda = 760$  нм).

**2.70.** С помощью дифракционной решетки с периодом  $d = 20$  мкм требуется разрешить дублет натрия ( $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине решетки это возможно?

**2.71.** При нормальном падении света на дифракционную решетку ширины  $l = 10$  мм обнаружено, что компоненты линии калия (404,4 и 404,7 нм) оказывается разрешенными, начиная с четвертого порядка спектра. Оценить период этой решетки.

**2.72.** Свет, содержащий две спектральные линии с длинами волн 600,000 и 600,050 нм, падает нормально на дифракционную решетку ширины  $l = 10,0$  мм. Под некоторым углом дифракции  $\varphi$  эти линии оказались на пределе разрешения (по критерию Рэлея). Найти  $\varphi$ .

**2.73.** Оценить, какую минимальную разность длин волн может разрешить решетка ширины  $l = 2,5$  см в области желтых лучей ( $\lambda = 600$  нм). Почему такая оценка, как правило, является заниженной? (т.е. истинное значение  $\Delta\lambda_{\min}$  больше).

**2.74.** Получить точное выражение для угловой дисперсии  $D$  дифракционной решетки в зависимости от длины волны  $\lambda$ . Положив период решетки  $d$  равным 1000 нм, вычислить по найденной формуле угловую дисперсию в спектре первого порядка в окрестности длин волн: а) 400 нм, б) 580 нм, в) 760 нм. Сравнить полученные результаты со значением  $D$ , вычисленным по приближенной формуле

$$D \approx \frac{m}{d} \quad (m - \text{порядок спектра}).$$

**2.75.** Получить точное выражение для линейной дисперсии  $D_{\text{лин}}$  дифракционной решетки в зависимости от длины волны  $\lambda$ . Положив период решетки  $d$  равным 1000 нм, а фокусное расстояние линзы, проецирующей спектр на экран,  $f = 1,000$  м, вычислить по найденной формуле линейную дисперсию в спектре первого порядка в окрестности длин волн: а) 400 нм, б) 580 нм, в) 760 нм. Сравнить полученные результаты со значением  $D_{\text{лин}}$ , вычисленным по приближенной формуле  $D_{\text{лин}} \approx f \frac{m}{d}$  ( $m$  – порядок спектра).

**2.76.** Считая для данной длины волны и порядка спектра угол дифракции малым, найти связь между угловой дисперсией  $D$  и разрешающей способностью  $R$ . Свет падает на решетку нормально.

**2.77.** Нормально поверхности дифракционной решетки падает пучок света. За решеткой помещена собирающая линза с оптической силой  $F = 1$  дптр. В фокальной плоскости линзы расположен экран. Определить число  $n$  штрихов на 1 мм этой решетки, если при малых углах дифракции линейная дисперсия  $D_{\text{лин}} = 1$  мм/нм.

**2.78.** На дифракционную решетку нормально ее поверхности падает монохроматический свет ( $\lambda = 650$  нм). За решеткой находится линза, в фокальной плоскости которой расположен экран. На экране наблюдается дифракционная картина под углом дифракции  $\varphi = 30^\circ$ . При каком фокусном расстоянии  $f$  линзы линейная дисперсия  $D_{\text{лин}} = 0,5$  мм/нм?

**2.79.** На дифракционную решетку нормально падает свет от разрядной трубки с парами натрия. Линии дублета  $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм оказались на пределе разрешения под углом дифракции  $\varphi = 69^\circ$ . Ширина решетки  $l = 5$  см. Найти при данных условиях угловую дисперсию.

**2.80.** Какова длина волны  $\lambda$  монохроматического рентгеновского излучения, падающего на кристалл кальцита, если дифракционный максимум первого порядка наблюдается, когда угол скольжения (угол между направлением падающего излучения и гранью кристалла) равен  $3^\circ$ ? Расстояние  $d$  между атомными плоскостями принять равным 0,3 нм.

**2.81.** Прозрачная дифракционная решетка имеет период  $d = 1,50$  мкм. Найти угловую дисперсию  $D$  ( в угл.мин/ нм), соответствующую максимуму наибольшего порядка спектральной линии с  $\lambda = 530$  нм, если свет падает на решетку:

а) нормально

б) под углом  $\varphi_0 = 45^\circ$  к нормали.

**2.82.** На грань кристалла каменной соли падает параллельно пучок рентгеновского излучения ( $\lambda = 147$  пм) под углом  $\alpha = 31^\circ 30'$  к поверхности кристалла (угол скольжения). При этом наблюдается дифракционный максимум второго порядка. Определить расстояние между атомными плоскостями кристалла. (Отражающие плоскости параллельны грани кристалла).

**2.83.** Параллельный пучок рентгеновского излучения падает на грань кристалла. Под углом  $\alpha = 65^\circ$  к плоскости грани наблюдается максимум первого порядка. Расстояние  $d$  между атомными плоскостями кристалла 280 пм. Определить длину волны  $\lambda$  рентгеновского излучения. (Отражающие плоскости параллельны грани кристалла).

**2.84.** Пучок рентгеновских лучей с  $\lambda = 174$  пм падает на поверхность монокристалла, поворачивающегося вокруг оси, которая параллельна его поверхности и перпендикулярна к направлению падающего пучка. При этом направление на максимумы второго и третьего порядков от системы плоскостей, параллельных поверхности монокристалла, образуют между собой угол  $\alpha = 60^\circ$ . Найти соответствующее межплоскостное расстояние.

**2.85.** Пучок рентгеновских лучей с длиной волны  $\lambda = 0,012$  нм проходит через поликристаллическую фольгу, образуя на экране систему дифракционных колец. Диаметр кольца, соответствующего отражению третьего порядка от некоторой системы плоскостей равен  $d = 3,2$  см. Расстояние между фольгой и экраном  $l = 10$  см. Найти соответствующее межплоскостное расстояние.

### III. Поляризация света.

**3.1.** Какой характер поляризации имеет плоская электромагнитная волна, проекции вектора  $\vec{E}$  которой на оси  $x$  и  $y$ , перпендикулярные к направлению ее распространения, определяются следующими уравнениями:

а)  $E_x = E \cos(\omega t - kz), E_y = E \sin(\omega t - kz);$

б)  $E_x = E \cos(\omega t - kz), E_y = E \cos(\omega t - kz + \frac{\pi}{4});$

в)  $E_x = E \cos(\omega t - kz), E_y = E \cos(\omega t - kz + \pi) ?$

**3.2.** Найти угол  $\phi$  между главными плоскостями анализатора и поляризатора, если интенсивность естественного света, проходящего через анализатор и поляризатор, уменьшается в 4 раза.

**3.3.** Два николя  $N_1$  и  $N_2$  расположены так, что угол между их плоскостями пропускания равен  $\alpha=60^\circ$ .

Определить:

а) во сколько раз уменьшится интенсивность света, при прохождении через один николю  $N_1$ .

б) во сколько раз уменьшится интенсивность света, при прохождении через оба николя?

При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5%.

**3.4.** Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен  $\phi$ . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8% падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча, вышедшего из анализатора равна 9% интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол  $\phi$ .

**3.5.** Поглощение света в николе таково, что максимальная интенсивность поляризованного света, прошедшего сквозь николю, равна 90% интенсивности поляризованного света, падающего на него.

а) Во сколько раз уменьшается интенсивность естественного света при прохождении через два николя, плоскости поляризации которых составляют угол  $63^\circ$  ?

б) Во сколько раз уменьшается интенсивность света, если кроме двух николей, упомянутых в условии а), свет проходит еще



через один николю, направление поляризации которого совпадает с первым николю?

**3.6.** Один поляроид пропускает 30% света, если на него падает естественный свет. После прохождения света через два таких поляроида интенсивность падает до 9%. Найти угол между осями поляроидов.

**3.7.** Угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен  $45^\circ$ . Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до  $60^\circ$ ?

**3.8.** Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образует угол  $\alpha = 30^\circ$ , если в каждом из николей в отдельности теряется 10% интенсивности падающего на него света?

**3.9.** Главные плоскости двух призм николя образуют между собой угол  $30^\circ$ . Как уменьшится интенсивность пропускания света, если главные плоскости поставить под углом  $45^\circ$ ?

**3.10.** Естественный свет падает на систему из трех последовательно расположенных одинаковых поляроидов, причем плоскость пропускания среднего поляроида составляет угол  $\varphi = 60^\circ$  с плоскостями пропускания двух других поляроидов. Каждый поляроид обладает поглощением таким, что при падении на него линейно поляризованного света максимальный коэффициент пропускания составляет  $\tau = 0,81$ . Во сколько раз уменьшится интенсивность света после прохождения этой системы?

**3.11.** При падении естественного света на некоторый поляризатор проходит  $\eta_1 = 30\%$  светового потока, а через два таких поляризатора  $\eta_2 = 13,5\%$ . Найти угол  $\varphi$  между плоскостями пропускания этих поляризаторов.

**3.12.** Пучок естественного света падает на систему из  $N = 6$  поляризаторов, плоскость пропускания каждого из которых повернута на угол  $\varphi = 30^\circ$  относительно плоскости пропускания предыдущего поляризатора. Какая часть светового потока проходит через всю эту систему?

**3.13.** Для сравнения яркостей двух поверхностей, освещенных неполяризованным светом, одну из них рассматривают непосредственно, а другую через два николя. Каково отношение этих яркостей, если освещенность обеих поверхностей кажется одинаковой при угле между николями  $\alpha = 60^\circ$ ? Считать, что потери света в каждом никеле на отражение и поглощение составляют  $\rho = 10\%$  от падающего света.

**3.14.** Плоская монохроматическая волна естественного света с интенсивностью  $I_0$  падает нормально на круглое отверстие, которое представляет собой первую зону Френеля для точки наблюдения  $P$ . Найти интенсивность света в точке  $P$  после того, как отверстие перекрыли двумя одинаковыми поляризаторами, плоскости пропускания которых взаимно перпендикулярны, а граница проходит

- а) по диаметру окружности,
- б) по окружности, ограничивающей первую половину зоны Френеля.

**3.15.** Плоская, поляризованная по кругу монохроматическая волна света длины  $\lambda$  и интенсивности  $I_0$  падает на диск, вырезанный из идеального поляроида, показатель преломления которого равен  $n$ . Диск закрывает для некоторой точки  $P$  одну зону Френеля. Какова должна быть толщина диска, чтобы интенсивность света в точке  $P$  была максимальной? Найти эту интенсивность.

**3.16.** Определить интенсивность света в точке  $P$  экрана, на который падает монохроматический свет интенсивности  $I_0$ , если на пути поставить диск из оптически активного вещества, закрывающего полторы зоны Френеля и поворачивающего плоскость поляризации на  $90^\circ$ . Отражением и преломлением пренебречь.

**3.17.** Параллельный пучок неполяризованного монохроматического света падает на пластинку в  $\frac{\lambda}{2}$ . Интенсивность света в некоторой точке наблюдения  $P$  за пластинкой равна  $I_0$ . Из пластинки вырезают диск, закрывающий полторы зоны Френеля для точки  $P$ . Диск повернули вокруг луча на угол  $\pi/2$  и поставили на место. Какой стала интенсивность в точке  $P$ ?

**3.18.** Из кристаллической пластинки  $\frac{\lambda}{4}$  вырезаны диски диаметром в одну и в две зоны Френеля для точки  $P$ . Диски вносят в пучок света в плотную друг к другу, так что у них совпадают:

- 1) разноименные главные направления
- 2) одноименные главные направления. При этом для света, поляризованного по одному из главных направления, ни амплитуда, ни фаза колебаний не изменилась.

Во сколько раз изменится интенсивность света той же поляризации в случаях 1) и 2), если малый диск повернуть на  $90^\circ$ ?

**3.19.** Определить наименьшую толщину пластинки слюды, чтобы она могла служить пластинкой в четверть длины волны для желтой линии натрия. Для такого света показатели преломления обыкновенной и необыкновенной волн равны соответственно  $n_o=1,5442$ ,  $n_e=1,5533$ .

**3.20.** Параллельный пучок монохроматического света падает нормально на поляризатор, а затем на пластину в полволны. Главная плоскость поляризатора составляет угол  $\alpha$  с осью этой пластинки. Найти состояние поляризации прошедшего света на выходе из пластинки.

**3.21.** Смесь света, поляризованного по кругу и естественного, рассматривается через кристаллическую пластинку в четверть длины волны и николю. При вращении николя вокруг оси светового пучка найдено, что максимальная интенсивность света, прошедшего через систему, в  $m=3$  раза превосходит минимальную интенсивность. Найденное отношение интенсивности света  $I_k$ , поляризованного по кругу, к интенсивности естественного света  $I_e$ .

**3.22.** Найти интенсивность света, прошедшего через металлическую пластинку, помещенную между двумя николями, главные плоскости которых образуют с одним из главных направлений пластинки углы  $\alpha$  и  $\beta$ . Исследовать случаи скрещенных и параллельных николей.

**3.23.** Степень поляризации  $P$  частично поляризованного света равна 0,5. Во сколько раз отличается интенсивность света, пропускаемого через анализатор от минимальной?

**3.24.** На пути частично поляризованного света, степень поляризации которого  $P=0,6$ , поставили анализатор так, что

интенсивность света, прошедшего через него, стала максимальной. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, если плоскость пропускания анализатора повернуть на угол  $\alpha = 30^\circ$ .

**3.25.** На николю падает пучок частично поляризованного света. При некотором положении николя интенсивность света, прошедшего через него, стала минимальной. Когда плоскость пропускания николя повернули на угол  $\beta = 45^\circ$ , интенсивность света возросла в  $k = 1,5$  раза. Определить степень поляризации  $P$  света.

**3.26.** Пучок частично поляризованного света рассматривается через николю. Первоначально николю установлен так, что его плоскость пропускания параллельна плоскости колебаний линейно поляризованного света. При повороте николя на угол  $\varphi = 60^\circ$  интенсивность пропускаемого света уменьшилась в  $k = 2$  раза. Определить отношение интенсивностей естественного и линейного света, составляющих данный частично поляризованный свет, а так же степень поляризации  $P$  пучка света.

**3.27.** В частично поляризованном свете амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в  $n = 2$  раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности. Определить степень поляризации  $P$ .

**3.28.** Частично линейно поляризованный свет рассматривается через николю. При повороте николя на  $60^\circ$  от положения, соответствующего максимальной яркости, яркость пучка уменьшается в два раза. Найти степень поляризации пучка  $P$  и отношение интенсивностей естественного и линейно поляризованного света.

**3.29.** Определить, во сколько раз изменится интенсивность частично поляризованного света, рассматриваемого через николю, при повороте николя на  $60^\circ$  по отношению к положению, соответствующему максимальной интенсивности. Степень поляризации света  $0,5$ .

**3.30.** На пути частично поляризованного света поместили поляризатор. При повороте поляризатора на угол  $\varphi = 60^\circ$  из положения, соответствующего максимуму пропускания, интенсивность прошедшего света уменьшилась в  $\eta = 3$  раза. Найти степень поляризации падающего света.

**3.31.** Степень поляризации частично поляризованного света  $P = 0,25$ . Найти отношение интенсивности поляризованной составляющей этого света к интенсивности естественной составляющей.

**3.32.** На пути естественного света поместили два несовершенных поляризатора. Оказалось, что при параллельных плоскостях пропускания поляризаторов эта система пропускает в  $\eta = 10$  раз больше света, чем при скрещенных плоскостях. Найти степень поляризации света, которую создает:

- а) каждый поляризатор в отдельности;
- б) вся система при параллельных плоскостях пропускания поляризаторов.

**3.33.** Две стопы стеклянных пластинок, используемые как поляризаторы, при параллельных плоскостях поляризации пропускают в  $\eta = 16$  раз больше света, чем при скрещенных плоскостях: а) Определить степень поляризации  $P$ , которую создает каждая стопа в отдельности. б) Какова будет степень поляризации, если число стеклянных пластинок в каждой стопе удвоить?

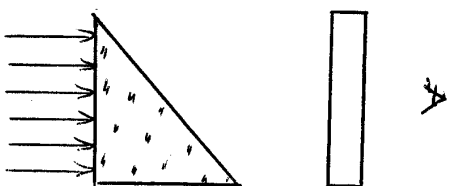
**3.34.** Пучок плоскополяризованного света  $\lambda = 589$  нм падает на пластинку исландского шпата перпендикулярно к его оптической оси. Найти длины волн  $\lambda_0$  и  $\lambda_e$  обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле, если показатель преломления исландского шпата для обыкновенного и необыкновенного лучей равны  $n_0 = 1,66$  и  $n_e = 1,49$ .

**3.35.** Параллельный пучок света падает нормально на пластинку исландского шпата, вырезанную параллельно оптической оси. Определить разность хода обыкновенного и необыкновенного лучей, прошедших через пластинку 0,03 мм,  $n_0 = 1,658$ ,  $n_e = 1,486$ .

**3.36.** Призма Волластона сделана из исландского шпата ( $n_0 = 1,658$ ,  $n_e = 1,486$ ). Угол  $\alpha = 15^\circ$ , оптические оси обеих частей призмы взаимно перпендикулярны. Рассчитать, на какой угол будут разведены обыкновенный и необыкновенный лучи после прохождения призмы.

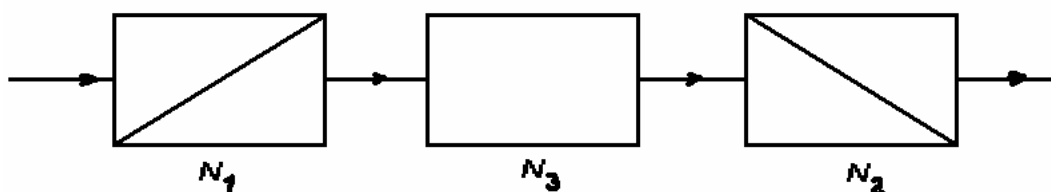


**3.37.** На пластинку кварца, вырезанную параллельно оптической оси, нормально падает белый свет, поляризованный по кругу. За пластинкой поставлен поляризатор, главное направление которого составляет угол  $45^\circ$  с осью пластинки. Прошедший свет падает на щель спектрографа. Сколько темных полос получится в спектре, если толщина кварцевой пластинки  $d = 2$  мм,  $n_e = 1,55$ ,  $n_o = 1,54$ . Падающий свет занимает интервал длин волн от  $\lambda_1 = 4000 \text{ \AA}$  до  $\lambda_2 = 5000 \text{ \AA}$ ,  $n_e - n_o = \text{const}$ .



**3.38.** Клин из двоякопреломляющегося вещества помещен на пути монохроматического света, поляризованного по кругу. Оптическая ось клина параллельна ребру клина. Свет, прошедший через клин, рассматривается через поляризатор, главное направление которого составляет угол  $45^\circ$  с ребром клина. Найти число темных полос  $m$  наблюдаемых на поверхности клина. Максимальная толщина клина  $d_{\text{max}} = 0,05$ ,  $n_o = 1,54$ ,  $n_e = 1,55$ ,  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ .

**3.39.** Два николя  $N_1$  и  $N_2$  повернуты один относительно другого на угол  $\alpha$ ; между ними помещен николю  $N_3$ .



На систему падает пучок неполяризованного света. Предполагая, что необыкновенный луч проходит через каждый николю без потерь, найти ориентацию николя  $N_3$  относительно николя  $N_1$ , при которой интенсивность проходящего света максимальна. Определить интенсивность проходящего света в этих положениях, если интенсивность падающего света равна  $I_0$ .

**3.40.** Между двумя скрещенными николями помещена кристаллическая пластинка толщиной  $d = 0,045$  мм с показателями преломления  $n_e = 1,55$ ,  $n_o = 1,54$ . Пластинка вырезана параллельно

оптической оси кристалла и ориентирована так, что главное направление первого николя составляет угол  $\alpha = 30^\circ$  с ее оптической осью. На систему падает нормально естественный свет с длиной волны  $\lambda = 6000 \text{ \AA}$  и интенсивностью  $I_0$ . Найти интенсивность света  $I$ , прошедшего через оптическую систему.

**3.41.** Монохроматический свет интенсивности  $I$ , поляризованный в плоскости  $P$ , падает нормально на кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси  $OO$ . Угол между  $P$  и  $OO$  равен  $45^\circ$ . За пластинкой расположен поляризатор, плоскость пропускания которого  $P'$ . Найти интенсивность  $I'$  света за поляризатором, если пластинка вносит разность фаз  $\delta$  между обыкновенным и необыкновенным лучом. Рассмотреть случаи: а)  $P' \parallel P$ ; б)  $P' \perp P$ .

**3.42.** Белый естественный свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, толщиной 1,50 мм. Ось пластинки составляет угол  $45^\circ$  с плоскостями пропускания поляризаторов. Прошедший через эту систему свет разложили в спектр. Сколько темных полос будет наблюдаться в интервале длин волн  $0,55 - 0,66 \text{ мкм}$ ? Разность показателей преломления необыкновенного и обыкновенного лучей в этом интервале длин волн считать равной 0,0090.

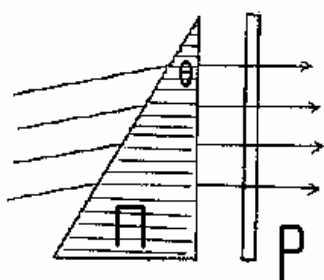
**3.43.** Кристаллическая пластинка, вырезанная параллельно оптической оси, имеет толщину 0,25 мм и служит пластинкой в четверть волны для  $\lambda = 0,53 \text{ мкм}$ . Для каких еще длин волн в области видимого спектра она будет также пластинкой в четверть волны? Считать, что для всех длин волн видимого спектра разность показателей преломления  $n_e - n_o = 0,0090$ .

**3.44.** Кварцевая пластина, вырезанная параллельно оптической оси, помещена между двумя скрещенными поляризаторами так, что ее оптическая ось составляет угол  $45^\circ$  с плоскостями пропускания поляризаторов. При какой минимальной толщине пластинки свет с  $\lambda_1 = 643 \text{ нм}$  будет проходить через эту систему с максимальной интенсивностью, а свет с  $\lambda_2 = 564 \text{ нм}$  будет сильно ослаблен? Разность показателей преломления  $n_e - n_o = 0,0090$ .

**3.45.** Расположив пластинку, вырезанную из исландского шпата, параллельно его оптической оси, между скрещенными николями, можно осуществить монохроматор, позволяющий, например, задержать одну из линий дуплета натрия и пропустить другую. Найти, какой должна быть при этом минимальная толщина  $d_{\min}$  пластины и как ее ориентировать. Показатель преломления исландского шпата для линии  $\lambda_1 = 589 \text{ нм}$  равен  $n_{e1} = 1,49654$  и для линии  $\lambda_2 = 589,6 \text{ нм}$  равен  $n_{o2} = 1,65843$ .

**3.46.** Между скрещенными николями помещена пластинка из кварца, вырезанная параллельно оптической оси. Оптическая ось пластинки составляет угол  $45^\circ$  с главными направлениями николей. Рассчитать минимальную толщину пластинки, при которой одна линия водорода  $\lambda_1 = 6563 \text{ \AA}$  будет сильно ослаблена, а другая  $\lambda_2 = 4102 \text{ \AA}$  будет обладать максимальной интенсивностью. Величина двупреломления для кварца  $\Delta n = 0,009$ .

**3.47.** Между скрещенными николями помещена кристаллическая пластинка толщиной  $d_1 = 0,02 \text{ мм}$  с величиной двупреломления  $\Delta n_1 = 0,05$ . На нее в параллельном положении положена другая пластинка толщиной  $d_2 = 0,02 \text{ мм}$  с  $\Delta n_2 = 0,025$ . В какой цвет окрашено поле зрения? Определить  $\lambda$ .



**3.48.** Линейно поляризованный свет с длиной волны  $0,59 \text{ мкм}$  падает на трехгранную кварцевую призму  $\Pi$  с преломляющим углом  $\theta = 30^\circ$ . В призме свет распространяется вдоль оптической оси, направление которой показано штриховкой. За поляридом  $P$  наблюдают систему светлых и темных полос, ширина которых  $\Delta x = 15,0 \text{ мм}$ .

Найти постоянную вращения кварца, а также характер распределения интенсивности света за поляридом.

**3.49.** Естественный монохроматический свет падает на систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми находится кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно к оптической оси. Найти минимальную толщину пластинки, при которой эта система



будет пропускать  $\eta = 0,30$  светового потока, если постоянная вращения кварца  $\alpha = 17$  угл. град/мм.

**3.50.** Свет проходит через систему из двух скрещенных поляризаторов, между которыми расположена кварцевая пластинка, вырезанная перпендикулярно к оптической оси. Определить минимальную толщину пластинки, при которой свет с длиной волны 436 нм будет полностью задерживаться этой системой, а свет с длиной волны 497 нм – пропускаться наполовину. Постоянная вращения кварца для этих длин волн равна соответственно 41,5 и 31,1 угл. град/мм.

**3.51.** Необходимо изготовить параллельную главной оптической оси кварцевую пластинку, толщина которой не должна превышать 0,5 мм. Найти максимальную толщину этой пластинки, при которой линейно поляризованный свет с  $\lambda = 589$  нм после ее прохождения:

- а) испытывает лишь поворот плоскости поляризации
- б) станет поляризованным по кругу.

**3.52.** Найти наименьшую толщину  $d$  пластинки кварца, вырезанной параллельно оптической оси, чтобы падающий плоско поляризованный свет выходил поляризованным по кругу ( $n_e = 1,5533$ ,  $n_o = 1,5442$ ,  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  м)

**3.53.** Какова должна быть наименьшая толщина пластинки слюды, чтобы она могла служить в качестве пластинки в  $1/4$  волны для света натрия, если для этого света показатели преломления волн, идущих перпендикулярно пластинке, соответственно равны:  $n_1 = 1,5941$  и  $n_2 = 1,5887$  ?

**3.54.** Некогерентная смесь линейно поляризованного света и света, поляризованного по кругу, рассматривается через николю. Найдено положение николя, при котором интенсивность проходящего света максимальна. При повороте николя из этого положения на некоторый угол вокруг оси пучка интенсивность проходящего света уменьшается в  $m = 2$  раза по сравнению с максимальной и во столько же раз увеличивается по сравнению с минимальной. Найти отношение интенсивности  $I_k$  света, поляризованного по кругу, к интенсивности  $I_l$ , линейно поляризованного света.

**3.55.** Некогерентная смесь линейно поляризованного света и света, поляризованного по кругу, рассматривается через поляроид. Найдено положение поляроида, соответствующее максимальной интенсивности прошедшего света. При повороте поляроида из этого положения на угол  $\alpha = 30^\circ$  интенсивность света уменьшилась на 20%. Найти отношение интенсивности света  $I_k$ , поляризованного по кругу, к интенсивности линейно поляризованного света  $I_l$ .

**3.56.** Клиновидный двоякопреломляющий кристалл помещен на пути монохроматического света, поляризованного по кругу. Оптическая ось кристалла параллельна ребру клина. Свет, прошедший через кристалл, рассматривается через поляроид, главное направление которого составляет угол  $45^\circ$  с ребром клина.

Найти число темных полос  $m$ , наблюдаемых на поверхности кристалла. Максимальная толщина кристалла  $d_{\max} = 0,05$  см,  $n_o = 1,54$ ,  $n_e = 1,55$ ,  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ .

**3.57.** Предельный угол полного внутреннего отражения для некоторого вещества  $45^\circ$ . Найти для этого вещества угол полной поляризации.

**3.58.** Найти угол полной поляризации при отражении от границы стекло-вода.

**3.59.** Каков должен быть преломляющий угол у стеклянной призмы, чтобы углы входа и выхода луча из призмы были углами полной поляризации? Каков при таком преломляющем угле угол наименьшего отклонения?

**3.60.** Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы его лучи, отраженные от поверхности озера, были наиболее полно поляризованы.

**3.61.** Найти показатель преломления стекла, если при отражении от него света отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления  $\beta = 30^\circ$ .

**3.62.** Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд ( $n = 1,5$ ), и отражается от дна. Отраженный луч полностью

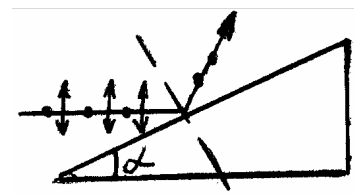
поляризован при падении его на дно сосуда под углом  $i_B = 42^{\circ}37'$ . Найти показатель преломления к жидкости.

**3.63.** Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластинки, погруженной в жидкость. Отраженный от пластинки пучок света составляет угол  $\varphi = 97^{\circ}$  с падающим пучком. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет полностью поляризован.

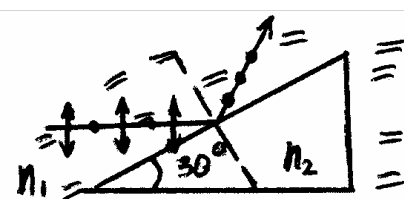
**3.64.** На боковую грань призмы, изготовленную из стекла с показателем преломления  $n = 1,5$ , падает под углом Брюстера  $\varphi_B$  световой пучок, электрический вектор которого лежит в плоскости падения. Каким должен быть преломляющий угол призмы, чтобы свет прошел через нее, не испытав потерь на отражение?

**3.65.** Под каким углом отразить луч от кристалла каменной соли ( $n = 1,544$ ), чтобы получить максимальную поляризацию отраженного луча? Падающий свет - естественный.

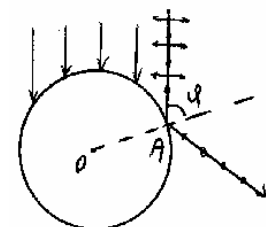
**3.66.** Пучок естественного света падает на стеклянную призму  $n = 1,6$ . Определить двугранный угол призмы  $\theta$ , если отраженный пучок максимально поляризован.  $\alpha = 30^{\circ}$ .



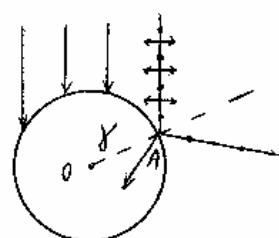
**3.67.** Алмазная призма находится в некоторой среде с показателем преломления  $n_1$ . Пучок естественного света падает на призму так, как показано на рисунке. Определить показатель преломления  $n_1$  среды, если отраженный пучок максимально поляризован.

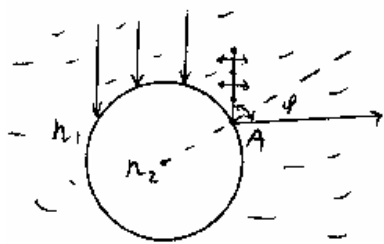


**3.68.** Параллельный пучок естественного света падает на сферическую каплю воды. Найти угол  $\varphi$  между отраженным и падающим пучком в точке  $A$ .



**3.69.** Пучок естественного света падает на стеклянный шар  $n = 1,54$ . Найти угол  $\gamma$  между преломленным и падающим пучками в точке  $A$ .





**36.70.** Пучок естественного света падает на стеклянный шар, находящийся в воде. Найти угол между отраженным и падающим пучками в точке  $A$ . Показатель преломления  $n$  стекла равен 1,58.

**3.71.** Пластинку кварца толщиной  $d = 2$  мм, вырезанную перпендикулярно оптической оси, поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации света повернулась на угол  $53^\circ$ . Какова должна быть толщина пластинки, чтобы монохроматический свет, с которым проводился опыт, не прошел через анализатор?

**3.72.** Раствор глюкозы с концентрацией  $C_1 = 0,28 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$ , налитый в стеклянную трубку, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света, проходящего через этот раствор, на угол  $\varphi_1 = 32^\circ$ . Определить концентрацию  $C_2$  раствора в другой трубке такой же длины, если он вращает плоскость поляризации на угол  $\varphi_2 = 24^\circ$ .

**3.73.** Никотин, содержащийся в стеклянной трубке длиной 8 см, вращает плоскость поляризации желтого света натрия на угол  $\varphi = 136^\circ$ . Плотность никотина  $\rho = 1,01 \text{ г/см}^3$ . Определить удельное вращение  $[\alpha]$  никотина.

**3.74.** Пластинка кварца толщиной  $d_1 = 1$  мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол  $\varphi_1 = 20^\circ$ . Определить:

- 1) какова должна быть толщина  $d_2$  кварцевой пластинки, помещенной между двумя “параллельными” николями, чтобы свет был полностью погашен;
- 2) какой длины  $l$  трубку с раствором сахара массовой концентрации  $C = 0,4 \frac{\text{кг}}{\text{л}}$  надо поместить между николями, для получения того же эффекта. Удельное вращение  $[\alpha]$  раствора сахара  $0,665 \frac{\text{град}}{\text{мкг} \cdot \text{м}^3}$ .

**3.75.** Угол поворота плоскости поляризации желтого света натрия при прохождении через трубку с раствором сахара  $\varphi = 40^\circ$ . Длина

трубки  $l = 15$  см. Удельное вращение сахара  $[\alpha] = 66,5 \frac{\text{град}}{\text{дм} \cdot \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}$ .

Определить концентрацию сахара в растворе.

**3.76.** Пластика кварца толщиной в 1 мм, вырезанная перпендикулярно к оптической оси, помещена между параллельными николями. Для каждой длины волны вращение плоскости поляризации равно  $20^\circ$ . При какой толщине кварца  $d$  свет данной длины волны будет полностью погашен?

**3.77.** Чему равна разность показателей преломления  $\Delta n$  для право - и левополяризованного по кругу свете длины волны  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  в кварце, если известно, что вращение плоскости поляризации в кварце для этой длины волны равно  $21,7^\circ$  на 1 мм?

**3.78.** Какую минимальную разность показателей преломления  $\Delta n$  право - и левополяризованного по кругу лучей  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  можно обнаружить при слое вещества  $l = 30$  см, если измерять угол поворота плоскости поляризации с точностью до  $1^\circ$ ?

**3.79.** Определить толщину кварцевой пластинки, для которой угол поворота плоскости поляризации света с длиной волны  $\lambda = 6090 \text{ \AA}$  равен  $\pi$ . Постоянная вращения в кварце для этой длины волны равна  $29^\circ,7 \text{ мм}^{-1}$ .

**3.80.** Линейно поляризованный свет с длиной волны 589 нм проходит вдоль оси цилиндрического стеклянного сосуда, заполненного слегка затуманенным раствором сахара с концентрацией 500 г/л. При наблюдении сбоку видна система винтообразных полос, причем расстояние между соседними темными полосами вдоль оси равно 50 см. Объяснить возникновение полос и определить удельную постоянную вращения раствора.

**3.81.** Некоторое вещество поместили в продольное магнитное поле соленоида, расположенного между двумя поляризаторами. Длина трубки с веществом  $l = 30$  см. Найти постоянную Верде, если при напряженности поля  $H = 56,5 \cdot 10^3$  А/м угол поворота плоскости поляризации  $\varphi_1 = +5^\circ 10'$  для одного направления поля и  $\varphi_2 = -3^\circ 20'$  для противоположного направления поля.

## Ответы к задачам.

### I. Интерференция света.

1.1.  $I_{\min} = 0,029I_{\max}$ .

1.2.  $I_1 / I_2 = 9$ .

1.3.  $I_2 / I_1 = 1,37$ .

1.4.  $I_1 / I_2 = 2$

1.5. а) max:  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ; б) min:  $\theta = 0, \pi$ .

1.6.  $\theta = \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$ .

1.7. а) max:  $\theta = 0, \pi$ ; б) min:  $\theta = \frac{\pi}{2}$ .

1.8. а) max:  $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ ; б) min:  $\theta = \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$ .

1.9. а) max:  $\theta = \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}$ ; б) min:  $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ .

1.10. а) max:  $41,4^0; 75,5^0; 104,5^0; 138,6^0$  б) min:  $120^0; 180^0$ .

1.11. max:  $\theta=0^0; 60^0; 90^0; 120^0; 180^0$ ; min:  $\theta=41,4^0; 75,5^0; 104,5^0; 138,6^0$ ;

1.12.  $\theta = 48,2^0; 131,8^0$ .

1.13. Первый минимум;  $l$  следует уменьшить в 3 раза; ширина полосы уменьшится в 3 раза.

1.14. Полосы сместятся в сторону перекрытой щели на расстояние

$$\Delta x = \frac{hl(n-1)}{d} = 2,0 \text{ мм}.$$

1.15.  $d = 72 \text{ мкм}$ .

1.16.  $m = 10$ .

1.17.  $x = \frac{5 \lambda l}{d} = 1,08 \text{ мм}$ .

1.18.  $\Delta\varphi = \frac{2 \pi dx}{\lambda l} = 11,5 \pi$

1.19.  $\frac{J}{J_{\max}} = 0,43$

1.20.  $J = 0,23 J_0$

- 1.21. а)  $J = \frac{J_0}{2}$  б)  $J = \frac{3}{4} J_0$
- 1.22. а)  $J = 0.72 J_0$  б)  $J = 0.022 J_0$  в)  $J = 0.37 J_0$  г)  $J = 0.55 J_0$
- 1.23.  $n = 1.000377$
- 1.24.  $n = 1.000865$
- 1.25.  $\Delta x = 1.4$  мм.
- 1.26.  $R = 0.27$
- 1.27. без пластинки минимум  $\left( \Delta_1 = \frac{2h^2}{l} + \frac{\lambda}{2} = 33 \frac{\lambda}{2} \right)$ ;  
с пластинкой максимум  $(\Delta_2 = \Delta_1 - (n-1)d = 10\lambda)$ .
- 1.28.  $\lambda = \frac{2\Delta x \Delta h}{l(\eta-1)} = 0.6$  мкм.
- 1.29.  $\Delta h = 0,4$  мм.
- 1.30.  $\Delta l = 2 \frac{\Delta h}{\lambda} \Delta x = 1$  м, отодвинуть от источника.
- 1.31.  $\rho_k = l \sqrt{2(1 - k\lambda/2h)}$ .
- 1.32.  $\lambda = \frac{h(\rho_m^2 - \rho_k^2)}{l^2(k-m)} = 5,85 \cdot 10^{-7}$  м;  $k - m = 4$ .
- 1.33.  $\Delta h = \frac{h}{(k-1/2)}$ .
- 1.34.  $\Delta x = \frac{\lambda(r+a)}{2r\alpha} = 0,557$  мм.
- 1.35.  $\alpha = \frac{9\lambda(r+a)}{4rx} = 3,87' \approx 4'$ .
- 1.36.  $\delta = \theta(n-1) = 10'$ ,  $d = 2\theta(n-1)a = 1,45$  мм,  
 $\Delta x = \frac{\lambda(a+b)}{2\theta(n-1)a} = 0,515$  мм;  
 $X = 2\theta(n-1)b = 5,8$  мм,  $N = \frac{X}{\Delta x} = \frac{4\theta^2(n-1)^2 ab}{\lambda(a+b)} = 11$ .
- 1.37.  $b = \frac{lf}{l-f}$ ,  $d = \frac{al}{l-f}$ ,  $\Delta x = \frac{\lambda[L(l-f) - lf]}{la}$ .
- 1.38.  $\lambda = 2\alpha\Delta x = 0,64$  мкм.

$$1.39. \quad b_{\max} = \frac{l}{4(n-1)\theta} = 20 \text{ м}; \quad N_{\max} = \frac{l(n-1)\theta}{\lambda} = 40; \quad \text{полосы исчезают,}$$

если  $b \geq 2b_{\max}$ .

$$1.40. \quad d = \frac{\lambda(1+2m)}{4\sqrt{n}}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$1.41. \quad d_1 = \frac{\lambda_1}{2n} = 0,23 \text{ мкм}; \quad d_2 = \frac{5\lambda_1}{2n} = 1,15 \text{ мкм}.$$

$$1.42. \quad d \sim 0,5 \text{ мкм}.$$

$$1.43. \quad d_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n_M^2 - \sin^2 \alpha}} = 0,122 \text{ мкм}.$$

$$1.44. \quad d \approx \frac{n_1 \lambda}{2 \sin^2 \alpha} = 14,6 \text{ мкм};$$

$$1.45. \quad v = \frac{\lambda}{2\Delta t \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} = 1,1 \text{ мкм/ час}.$$

$$1.46. \quad \lambda = \frac{4d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{2m-1}, \quad m = 1; \quad \text{а) красный} \quad \lambda = 640 \text{ нм};$$

б) зеленый  $\lambda = 538 \text{ нм}$ .

$$1.47. \quad \delta \alpha = \frac{\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{d \sin 2\alpha} = 3^\circ.$$

$$1.48. \quad \lambda = \frac{(r_i^2 - r_k^2)d}{4l^2 n(k-i)}.$$

$$1.49. \quad l_2 = 3,1 \text{ мм}.$$

$$1.50. \quad m_0 = \frac{2\alpha n}{\lambda} = 5 \text{ полос/ см}.$$

$$1.51. \quad d = \frac{N\lambda l}{2a} = 12 \text{ мкм}.$$

$$1.52. \quad n = 1 + \frac{\Delta m \lambda}{2d} = 1,35.$$

$$1.53. \quad \alpha_{\min} = \frac{2\lambda_1}{nl} = 22', \quad \alpha = k \cdot 22', \quad k = 1, 2, \dots$$



$$1.54. \Delta x = \frac{\lambda \cos \theta}{2\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}.$$

$$1.55. x_3 = 0.31 \text{ мм}; N = 9 \text{ полос.}$$

$$1.56. \Delta x = \frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} \alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} = 5.2 \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

$$1.57. \beta = \frac{2\lambda}{nl} = 8.5''$$

$$1.58. \Delta r_9 = 0,39 \text{ мм.}$$

$$1.59. l_2 = 3.56 \text{ мм.}$$

$$1.60. k = 5; \lambda = 0.5 \text{ мкм.}$$

$$1.61. \text{ а) } h = 0.15 \text{ мкм} \quad \text{б) } h = \frac{\lambda(2k-1)}{4n} = 0.47 \text{ мкм.}$$

$$1.62. R = \frac{d_2^2 - d_1^2}{16\lambda} = 0.88 \text{ м.}$$

$$1.63. V \approx \frac{2R}{1+R^2} = 0,08; \text{ контрастность ниже предела различимости.}$$

$$1.64. \rho_m = \sqrt{(2m-1)\frac{\lambda}{2}R + r_0^2}, \rho_6 = 3,8 \text{ мм.}$$

$$1.65. r_0 = \sqrt{\rho_m^2 - Rm\lambda} = 2,5 \text{ мм.}$$

$$1.66. r_1 = \sqrt{r^2 - 2hR} = 1,5 \text{ мм.}$$

$$1.67. \rho_{\max} = \sqrt{(2m-1)\frac{\lambda}{2}R - 2hR} \text{ (с ростом } h \text{ } \rho \text{ уменьшается), } N = \frac{2h}{\lambda}.$$

$$1.68. R = \frac{d^2}{(2m-1)\lambda} = 41,7 \text{ см.}$$

$$1.69. \lambda = \frac{2\rho_m^2}{2m-1} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}.$$

$$1.70. \lambda = \frac{\rho_{10}^2 - \rho_5^2}{5R} = 6.0 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$1.71. \rho_m = \sqrt{m\lambda \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}, \rho_3 = 1,73 \text{ мм.}$$

$$1.72. n = \frac{m+1}{m} = 1,33.$$

$$1.73. \rho = \sqrt{\frac{m\lambda R}{n_2}}; \rho_5 = 1,24 \text{ мм.}$$

1.74. Всего 15 колец; в средней части 4 кольца.

$$1.75. \rho_m = \frac{1}{4} \left( (2m-1)\lambda \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right); \rho_4 = 0,11 \text{ мм.}$$

$$1.76. \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{d_{m+5} - d_m}{5\lambda}; \alpha = 172^\circ; m = 30.$$

$$1.77. \varphi = 2,26 \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

$$1.78. m = \frac{\lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = 491$$

$$1.79. d \leq \frac{\lambda}{4\alpha} = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ мм.}$$

$$1.80. d_{\min} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda(n-1)} \approx 1,6 \text{ мм}$$

$$1.81. \Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2dn} = 0,36 \text{ \AA}.$$

$$1.82. d_{\max} \sim 0,3 \text{ мкм.}$$

1.83. а) равномерно освещенное поле зрения;  
 б) чередующиеся четкие светлые и темные полосы;  
 в) слабо различимые полосы, отчетливость которых падает в направлении увеличения зазора.

$$1.84. b \sim 0,2 \text{ мм.}$$

$$1.85. l_{\text{коз}} = 19,8 \text{ мкм}; \Delta\lambda_1 = 15 \text{ нм}; N_2 = 30.$$

$$1.86. l_{\text{исч}} = \frac{\lambda}{2(\Delta\lambda/\lambda)\alpha\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 0,64 \text{ мм.}$$

$$1.87. \rho = \lambda \sqrt{\frac{R}{\Delta\lambda}} = 1,3 \text{ см.}$$

$$1.88. \rho = \sqrt{R \left( \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} - 2D \right)} = 6,4 \text{ мм.}$$

## III. Дифракция света.

2.1. а)  $I = \frac{9}{16} I_0$ ; б)  $I = \frac{1}{16} I_0$ ; в)  $I = \frac{1}{4} I_0$ ; г)  $I = I_0 \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right)^2$ .

2.2.  $k = \frac{r^2}{\lambda b} = 4$ , темное пятно.

2.3.  $\lambda = r^2 \left( \frac{1}{b_1} - \frac{1}{b_2} \right) = 580 \text{ нм}$ .

2.4.  $D = 2 \sqrt{2\lambda \frac{b_1 b_2}{b_1 - b_2}} = 3,17 \text{ мм}$ ;  $b_m = \frac{b_1 b_2}{b_1 - b_2}$ .

2.5.  $b = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2\lambda} = 1,82 \text{ м}$ ;  $r_m = \sqrt{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2}} = 1 \text{ мм}$ .

2.6. а)  $\sqrt{2}$ , б)  $\sqrt{3}$

2.7.  $r = \sqrt{\frac{\lambda l}{2}} = 1 \text{ мм}$ .

2.8.  $l = \frac{D^2}{\lambda} = 1,67 \text{ м}$ .

2.9.  $\lambda = \frac{(r_2^2 - r_1^2)(a + b)}{2 \cdot a \cdot b} = 0,6 \text{ мкм}$ .

2.10.  $k = 3$ ;  $b_1 = 2 \text{ м}$ ;  $b_2 = 1 \text{ м}$ ; светлое пятно.

2.11.  $x = b + F = 2,2 \text{ м}$

2.12.  $(\Delta\lambda)_{\min} = \frac{\lambda}{k + 1}$ .

2.13.  $k_{\min} = 3$ .

2.14. а)  $I = 2I_0$ ; б)  $I = I_0$ ; в)  $I = \frac{9}{4} I_0$ .

2.15.  $I = 4I_0 \sin^2 \frac{\pi r^2}{2\lambda b} \approx 2I_0$ .

2.16. а)  $I = \frac{25}{16} I_0$ ; б)  $I = \frac{49}{16} I_0$ ; в)  $I = I_0 \left(1 + \frac{\varphi}{2\pi}\right)^2$ ; г)  $I = \frac{9}{16} I_0$ ;

д)  $I = \frac{1}{16} I_0$ ; е)  $I = I_0 \left(1 - \frac{\varphi}{2\pi}\right)^2$ .

2.17. а)  $I = 0$ ; б)  $I = \frac{1}{4} I_0$ ; в)  $I = I_0 \left(1 - \frac{\varphi}{\pi}\right)^2$ .

2.18. а)  $h=0,6(2m+1)$  мкм ; б)  $h=0,3(2m+1)$  мкм.

2.19. а)  $h = \frac{\lambda}{(n-1)} \left( \frac{1}{4} + k \right), k = 0, 1, 2, \dots, I = 8I_0.$  б)

$$h = \frac{\lambda}{n-1} \left( \frac{3}{4} + k \right); k = 0, 1, 2, \dots$$

2.20. а)  $h = \frac{\lambda}{n-1} \left( k + \frac{1}{2} \right), k = 0, 1, 2, \dots, I = 9I_0.$  б)  $h = \frac{\lambda}{n-1} k, k = 1, 2, \dots, I = I_0.$

2.21. а)  $h = \frac{\lambda}{n-1} \left( \frac{3}{8} + k \right) = 1,2 \left( \frac{3}{8} + k \right)$  мкм;  $I = I_0 (3 + 2\sqrt{2}), k = 0, 1, \dots$

б)  $h = 1,2 \left( \frac{7}{8} + k \right)$  мкм;  $I = I_0 (3 - 2\sqrt{2}).$

в)  $h = 1,2k$  или  $h = 1,2 \left( k + \frac{3}{4} \right)$  мкм.

2.22.  $r = \sqrt{\frac{k\lambda b f}{b-f}} = 0,9\sqrt{k}$  мм;  $k=1, 2, 3, \dots$

2.23. а)  $h = 2\lambda_0 k, I_{\max} \approx 4I_0, k = 1, 2, 3, \dots$  б)  $h = \lambda_0 (2k + 1), I_{\min} \approx 0.$

2.24.  $\frac{b}{\lambda} = \frac{5}{2\varphi} = 143.$

2.25.  $\Delta\varphi = \frac{2\lambda}{b} \approx 34'; \Delta x = F \cdot \Delta\varphi = 2$  мм.

2.26.  $\lambda = \frac{b}{k} \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{2F}{\Delta x} \right)^2}} = 0,6$  мкм.

2.27.  $N = (2k + 1) \leq \frac{2b}{\lambda}, N = 11$  ( $k$  – целое).

2.28. Считая, что радужная полоса определяется углами дифракции, соответствующим первым минимумам волн, ограничивающих видимый спектр ( $400 \div 760$  нм), получаем  $a \approx 0,7$  нм.

2.29.  $b/b_x = \frac{2F}{\Delta x} = 40$ , уменьшится в 40 раз.

2.30.  $A = \frac{2\lambda}{b} = 5$  см.

2.31.  $\lambda = \frac{a_{12}b}{l} = 0,5$  см.

2.32.  $\Delta\varphi \approx 2^\circ$ .

2.33. а)  $\Delta\varphi_0 = \arcsin(n \sin \varphi) - \varphi = 7,9^\circ$ ;

б) из условия  $b(\sin \varphi_1 - n \sin \varphi) = \pm \lambda$  получим  $\Delta\varphi = \varphi_{+1} - \varphi_{-1} = 7,3^\circ$ .

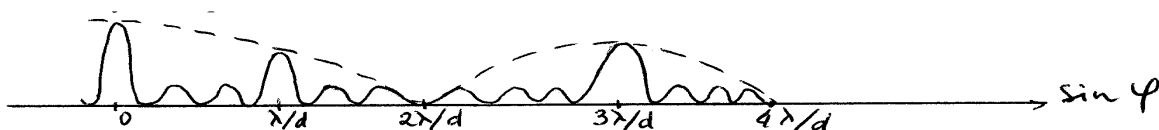
2.34.  $I / I_0 = 0,045$ .

2.35.  $I_2 / I_1 = 0,36$ .

2.36. Высота максимумов уменьшится в 4 раза, ширина не изменится, число главных максимумов увеличится примерно в 2 раза, при этом 2 – ой максимум займет место 1 – го, 4 – ый - место 2 – го и т.д.; количество дополнительных минимумов уменьшится в 2 раза; суммарная площадь максимумов уменьшится в 2 раза.

2.37. Высота максимумов уменьшится в 4 раза; ширина удвоится, положение, и количество максимумов не изменится; число дополнительных минимумов уменьшится в 2 раза; суммарная площадь также уменьшится в 2 раза.

2.38. Рисунок приведен для одного случая б):



2.39.  $M_{\max} = (2m + 1) = 15$ ;  $M_p = 11$ .

2.40.  $b = 1,15$  мкм.

2.41.  $\lambda = 580$  нм.

2.42.  $\lambda_2 = 0,6$  мкм.

2.43.  $\varphi_2 = 54,7^\circ$ .

2.44. 
$$\lambda_k = \lambda_\varphi \frac{\sin \frac{1}{2}(\varphi_{k2} - \varphi_{k1})}{\sin \frac{1}{2}(\varphi_{\varphi 2} - \varphi_{\varphi 1})} = 706 \text{ нм.}$$

2.45.  $m_{\max} = 3$ ;  $\varphi_{\max} = 62^\circ 4'$ .

2.46.  $d = \frac{5\lambda_1}{\sin \varphi} = 5$  мкм.

2.47.  $d = \frac{3\lambda}{\sin \varphi} = 2,8$  мкм.

2.48.  $d=3,92$  мкм.

2.49.  $K=3$ ;  $\varphi=71,7^\circ$ .

2.50.  $K=6$

2.51. Начиная с третьего;  $\varphi=72,5^\circ$ ;  $\lambda_1=636$  нм;  $\lambda=477$  нм.

2.52.  $\Delta\lambda = 19,4$  нм.

2.53. а)  $d = \frac{k\lambda}{0,2}$ , где  $k = 2$ ,  $d = 6$  мкм;

б)  $b = \frac{d}{4} = 1,5$  мкм.

2.54.  $\lambda = \frac{d \sin(\Delta\varphi)}{\sqrt{5 - 4 \cos(\Delta\varphi)}} = 0,53$  мкм.

2.55.  $\Delta\varphi = 4,85^\circ$ .

2.56.  $\Delta x \approx Ln\lambda = 30$  см.

2.57.  $\Delta x = \frac{2R}{n-1} \frac{l}{\sqrt{\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 - 1}} = 8,0$  см.

2.58.  $\Delta x_k = F \frac{k}{d} (\lambda_2 - \lambda_1) / \left[ 1 - \left( \frac{k\lambda}{d} \right)^2 \right]^{3/2}$ ,  $\lambda \sim \frac{\lambda_2 + \lambda_1}{2}$ ;  $\Delta x_1 = 0,72$  мм;

$\Delta x_2 = 2,32$  мм.

2.59.  $\Delta\varphi \approx 2 \frac{\lambda}{l} = 7,56''$ .

2.60.  $\Delta\varphi = 1/N \sqrt{\left(\frac{d}{2\lambda}\right)^2 - 1} \approx 11''$ .

2.61.  $\Delta x = \frac{2\lambda F}{l \cos^3 \varphi} = 0,706$  мкм.

2.62.  $F = \frac{\Delta x}{\Delta\lambda} d \left( 1 - \frac{\lambda^2}{d^2} \right) = 0,639$  м;  $\Delta y = \frac{2\lambda}{l} \frac{\Delta x d}{\Delta\lambda} \frac{1}{\sqrt{1 - \lambda^2/d^2}} = 0,03$  мм.

2.63. 5.63. а)  $\Delta x = F \frac{k\Delta\lambda n}{(1 - (k\lambda n)^2)}$ ,  $\Delta x_1 = 6$  мкм,  $\Delta x_2 = 12$  мкм.

б) в первом порядке – нет, во втором – да.

2.64.  $\theta = \arccos \frac{k\lambda}{d}$ .

$$2.65. (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)d = n\lambda.$$

$$2.66. \lambda \approx \frac{\alpha^2 - \alpha_0^2}{2k} = 0,6 \text{ мкм.}$$

$$2.68. R = N_{\min} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 290.$$

$$2.69. k \geq \frac{d}{l} \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, k_{\min} = 3.$$

$$2.70. l_{\min} = \frac{\lambda d}{k\Delta\lambda} = 10 \text{ мм.}$$

$$2.71. d \geq \frac{kl\Delta\lambda}{\lambda} \approx 0,03 \text{ мм.}$$

$$2.72. \varphi = \arcsin\left(\frac{\lambda^2}{l\Delta\lambda}\right) = 46^\circ.$$

$$2.73. \Delta\lambda \geq \frac{\lambda^2}{l} \approx 0,14 \text{ \AA},.$$

$$2.74. D = \frac{m}{d\sqrt{1 - (m\lambda/d)^2}}; \quad \text{а) } 1,09 \cdot 10^{-3} \text{ рад/нм};$$

$$\text{б) } 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ рад/нм}; \quad \text{в) } 1,54 \cdot 10^{-3} \text{ рад/нм};$$

$$2.75. D_{\text{лин}} = \frac{fm}{d[1 - (m\lambda/d)^2]^{3/2}}; \quad \text{а) } 1,30 \text{ мм/нм};$$

$$\text{б) } 1,85 \text{ мм/нм}; \quad \text{в) } 3,64 \text{ мм/нм.}$$

$$2.76. R = D \cdot l, \quad \text{где } l - \text{длина решетки.}$$

$$2.77. n = 10^3 \text{ шт/мм.}$$

$$2.78. f = D_{\text{лин}} \lambda \frac{\cos^3 \varphi}{\sin \varphi} = 21,1 \text{ см.}$$

$$2.79. D = \frac{\lambda}{(\lambda_1 - \lambda_2)l \cos \varphi} = 547,8 \frac{\text{рад}}{\text{см}}$$

$$2.80. \lambda = 31 \text{ пм.}$$

$$2.81. \text{а) } D = k / d \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2} = 6,5 \text{ угл. мин/нм, где } k = 2;$$

$$\text{б) } D = k / d \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d} - \sin \varphi_0\right)^2} = 13 \text{ угл. мин/нм, где } k = 4.$$

$$2.82. d = 281 \text{ пм.}$$

2.83.  $\lambda = 580$  нм.

2.84.  $d = \frac{\alpha}{2 \sin \theta/2} \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - 2k_1k_2 \cos \frac{\theta}{2}} = 281$  нм,

$$k_1 = 2, k_2 = 3, \theta/2 = 30^\circ.$$

2.85.  $d = 0,23$  нм.

### III. Поляризация света.

3.1. а) круговая; б) эллиптическая;  
в) плоская, вдоль прямой  $y = -x$ .

3.2.  $\varphi = 45^\circ$ .

3.3.  $\frac{J_0}{J_1} = \frac{2}{1-k} \approx 2,1$

3.4.  $\varphi = 62^\circ 32'$ .

3.5. а) в 12 раз; б) в 65 раз.

3.6.  $\varphi = 45^\circ$ .

3.7. В 2 раза.

3.8. В 3,3 раза.

3.9. Уменьшится в отношении 3/2.

3.10.  $I_0 / I = \frac{2}{\tau^3 \cos^4 \varphi} = 60$ .

3.11.  $\varphi = \arccos \frac{\sqrt{\eta_2}}{\eta_1 \sqrt{2}} = 30^\circ$ .

3.12.  $\eta = \frac{1}{2} (\cos \varphi)^{2(N-1)} = 0,12$ .

3.13.  $I_1 / I_2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{P}{100}\right)^2 \cos^2 \alpha = 0,1$ .

3.14. 6.14. а)  $I_0$ ; б)  $2I_0$ .

3.15. 6.15.  $d = \frac{(2m+1)\lambda}{2(n-1)}$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots$ ,  $I_{\max} = 5I_0$ .

3.16.  $I = 3I_0$ .

3.17.  $I = 5I_0$ .



- 3.18. а) интенсивность возрастет в 25 раз;  
 б) интенсивность возрастет в 9 раз.

$$3.19. \quad d = \frac{\lambda}{4(n_e - n_0)} = 27 \text{ мкм}$$

- 3.20. Линейнополяризованный, но повернется на угол  $2\alpha$

$$3.21. \quad \frac{J_k}{J_e} = \frac{m-1}{2} = 1$$

$$3.22. \quad J = a^2 \left[ \cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]$$

1) николями скрещены  $J = a^2 \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}$

2) николями параллельны  $J = a^2 (1 - \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2})$

$$3.23. \quad I / I_{\min} = 3.$$

$$3.24. \quad \text{В } 1,23 \text{ раза.}$$

$$3.25. \quad P = 0,348.$$

$$3.26. \quad \frac{J_e}{J_n} = 1 \quad p = \frac{1}{2}$$

$$3.27. \quad p = 0,33$$

$$3.28. \quad P = \frac{1}{2}; I_{\text{есм}} / I_p = 1.$$

$$3.29. \quad \frac{I_2}{I_1} = 0,5.$$

$$3.30. \quad P = (\eta - 1)(1 - \eta \cos 2\varphi) = 0,8.$$

$$3.31. \quad \frac{I_{\text{нод}}}{I_{\text{есм}}} = \frac{P}{1 - P} = 0,3.$$

$$3.32. \quad \text{а) } P = \sqrt{\frac{\eta - 1}{\eta + 1}} = 0,905.$$

$$\text{б) } P = \sqrt{1 - \frac{1}{\eta^2}} = 0,995.$$

$$3.33. \quad \text{6.33. а) } P = -\frac{\eta}{2} + \sqrt{\frac{\eta^2}{4} + \eta - 1} = 0,89;$$

$$\text{б) } P = \frac{2P}{1 + P^2}, \text{ где } P \text{ из решения а).}$$

$$3.34. \lambda_0 = 355 \text{ нм}; \lambda_e = 395 \text{ нм}.$$

$$3.35. \Delta x = d(n_0 - n_e) = 0,516 \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

$$3.36. \varphi = 5^{\circ}17'.$$

$$3.37. k = \frac{d(n_e - n_o)(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_1 \lambda_2} = 10.$$

$$3.38. m = \frac{d_{\max}(n_e - n_o)}{\lambda} \approx 10.$$

$$3.39. 1) \beta = \frac{\alpha}{2}; I = \frac{J_0}{2} \cos^4 \frac{\alpha}{2}$$

$$2) \beta = \frac{\alpha - \pi}{2}; I = \frac{J_0}{2} \sin^4 \frac{\alpha}{2}$$

$$3.40. I = \frac{1}{2} I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \left( \frac{\delta}{2} \right) = 0,19 I_0, \delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_e - n_o) \approx \frac{3}{4} \pi.$$

$$3.41. 6.41. \text{ а) } I'_{\parallel} = I \cos^2 \left( \frac{\delta}{2} \right); \text{ б) } I'_{\perp} = I \sin^2 \left( \frac{\delta}{2} \right).$$

$$3.42. N = 4.$$

$$3.43. \lambda_1 = 0,69 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \lambda_2 = 0,43 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

$$3.44. d = \left( k - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda_1}{\Delta n} = 0,25 \text{ мм}, k = 4.$$

$$3.45. d_{\min} = 5,06 \text{ мм}.$$

$$3.46. d = 0,07 \text{ мм}.$$

$$3.47. \lambda = 6000 \text{ \AA}.$$

$$3.48. \alpha = \frac{\pi}{\Delta x \operatorname{tg} \theta} = 21^{\circ} / \text{мм}; I(x) \sim \cos^2 \frac{\pi x}{\Delta x}, \text{ где } x \text{ — расстояние от максимума}.$$

$$3.49. d_{\min} = \left( \frac{1}{\alpha} \right) \arcsin \sqrt{2\eta} = 3 \text{ мм}.$$

$$3.50. d_{\min} = 8,7 \text{ мм}.$$

$$3.51. \text{ а) } 0,490 \text{ мм}; \text{ б) } 0,475 \text{ мм}.$$

$$3.52. d = 0,014 \text{ мм}$$

$$3.53. \lambda_{Na} = 589,3 \cdot 10^{-9} \text{ м}; \quad d = 0,027 \text{ мм.}$$

$$3.54. \frac{I_k}{I_n} = \frac{2}{m^2 - 1} = \frac{2}{3}.$$

$$3.55. \frac{I_k}{I_n} = \frac{1}{2}.$$

$$3.56. m \approx \frac{d_{\max}(n_e - n_o)}{\lambda} = 10$$

$$3.57. i_B = 54^{\circ} 44'.$$

$$3.58. 41^{\circ} 15'.$$

$$3.59. 66^{\circ} 40'; \quad 46^{\circ} 40'.$$

$$3.60. i_B = 37^{\circ}.$$

$$3.61. n = 1,73$$

$$3.62. n = 1,63.$$

$$3.63. n = \frac{n_2}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}} = 1,33$$

$$3.64. \theta = \pi - 2\varphi_B = 68^{\circ}.$$

$$3.65. 57^{\circ} 05''.$$

$$3.66. \theta = 32^{\circ}.$$

$$3.67. n_1 = 1,52.$$

$$3.68. \varphi = 106^{\circ}.$$

$$3.69. \gamma = 156^{\circ}.$$

$$3.70. \varphi = 100^{\circ}.$$

$$3.71. d_1 = 3,4 \text{ мм.}$$

$$3.72. C_2 = 0,21 \text{ г/см}^3.$$

$$3.73. [\alpha] = 139 \text{ град} \cdot \text{см}^3 / (\text{г} \cdot \text{дм}).$$

$$3.74. d_2 = 4,5 \text{ мм.}; \quad l = 38 \text{ см}$$

$$3.75. C = 0,4 \text{ г/см}^3.$$

$$3.76. d = 4,5 \text{ мм.}$$

$$3.77. \Delta n = 7,1 \cdot 10^{-5}.$$

$$3.78. \Delta n = \frac{\varphi \lambda}{\pi d} \approx 1,1 \cdot 10^{-8}.$$

$$3.79. 6,06 \text{ мм.}$$

$$3.80. \alpha = 72 \frac{\text{угл.град.}}{\text{дм.гр/см}^3}.$$

$$3.81. V = (\varphi_1 - \varphi_2) / 2lH.$$

## ВАРИАНТЫ РАСЧЕТНОЙ РАБОТЫ № 2 (2 часть)

№	Интерференция	Дифракция	Поляризация
1	1.1; 1.8; 1.45	2.7; 2.38а; 2.60	3.1а; 3.71
2	1.5; 1.13; 1.48	2.16; 2.38б; 2.59	3.1б; 3.76
3	1.6; 1.14; 1.49	2.3; 2.38в; 2.61	3.1в; 3.74а
4	1.7; 1.15; 1.50	2.4; 2.38г; 2.63	3.3а; 3.63
5	1.8; 1.16; 1.51	2.5; 2.39; 2.68	3.3б; 3.64
6	1.9; 1.17; 1.55	2.1а; 2.40; 2.69	3.4; 3.66а
7	1.10; 1.18; 1.56	2.15; 2.41; 2.67	3.5а; 3.67
8	1.11; 1.19; 1.57	2.14а; 2.42; 2.70	3.5б; 3.69
9	1.12; 1.20; 1.58	2.14б; 2.34; 2.71	3.6; 3.1а
10	1.2; 1.5; 1.59	2.14в; 2.35; 2.72	3.7; 3.1б
11	1.3; 1.10; 1.60	2.18; 2.43; 2.76	3.8; 3.1в
12	1.4; 1.12; 1.61	2.19; 2.44; 2.78	3.2; 3.57
13	1.13; 1.25; 1.63	2.20; 2.45; 2.79	3.9; 3.61
14	1.14; 1.26; 1.64	2.21; 2.46; 2.81а	3.11; 3.59
15	1.15; 1.27; 1.65	2.16а; 2.47; 2.80	3.12; 3.60
16	1.16; 1.28; 1.66	2.8; 2.48; 2.81б	3.13; 3.62
17	1.17; 1.29; 1.75	2.16б; 2.49; 2.82	3.14а; 3.64
18	1.18; 1.39; 1.76	2.16г; 2.50; 2.83	3.14б; 3.57
19	1.19; 1.34; 1.66	2.16д; 2.51; 2.85	3.23; 3.66
20	1.20; 1.7; 1.69	2.17а; 2.25; 2.68	3.24; 3.67
21	1.21а; 1.9; 1.76	2.17б; 2.39; 2.69	3.25; 3.68
22	1.23; 1.11; 1.72	2.5; 2.58; 2.70	3.26; 3.70
23	1.24; 1.31; 1.77	2.7; 2.31; 2.63	3.27; 3.59
24	1.25; 1.1; 1.73	2.23; 2.24; 2.84	3.28; 3.60
25	1.26; 1.32; 1.55	2.19; 2.30; 2.77	3.29; 3.63
26	1.28; 1.33; 1.52	2.20; 2.29; 2.75а	3.30; 3.48
27	1.29; 1.2; 1.41	2.21; 2.27; 2.65	3.31; 3.71

## ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс физики, т.2-М, Наука, 1989 г.
2. Иродов И.Е. Задачи по общей физике - М; Наука, 1988 г.
3. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. М; Высшая школа,1988 г.
5. Сивухин Д.В., Общий курс физики. Оптика, М., Наука,1980 г.
6. Волькенштейн В.С., Сборник задач по общему курсу физики.- М., Наука, 1985г.

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>I. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА</i> .....	3
Основные понятия и законы .....	3
Примеры решения задач .....	10
<i>II. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА</i> .....	29
Основные понятия и законы .....	29
Примеры решения задач .....	39
<i>III. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА</i> .....	53
Основные понятия и законы .....	53
Примеры решения задач .....	60
<i>ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ</i> .....	66
I. Интерференция света .....	66
II. Дифракция света .....	89
III. Поляризация света .....	104
<i>ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ</i> ---	118
I. Интерференция света .....	118
II. Дифракция света .....	123
III. Поляризация света .....	128
<i>ВАРИАНТЫ РАСЧЕТНОЙ РАБОТЫ № 2 (2 ЧАСТЬ)</i> -----	133
<i>ЛИТЕРАТУРА</i> .....	134

*Людмила Ивановна Рудакова*

*Елена Юрьевна Соколова*

Практический курс физики.

«Волновая оптика»

Подписано в печать

Формат 60x84/16    8.5 п. л.    усл. п. л.

Тираж    экз.    Зак. №